Corrigé de *Mathématiques*

$\mathcal{BEPC}$ – 2013

Activités numériques.

Exercice 01

[1] Calculons et rendons rationnel le dénominateur du nombre $\frac{X+1}{X}$:

$$\frac{X+1}{X}=\frac{\frac{1-\sqrt{5}}{2}+1}{\frac{1-\sqrt{5}}{2}}=\frac{\frac{1-\sqrt{5}}{2}+2}{\frac{1-\sqrt{5}}{2}}=\frac{3-\sqrt{5}}{2}\times\frac{2}{1-\sqrt{5}}=\frac{3-\sqrt{5}}{1-\sqrt{5}}=\frac{\left(3-\sqrt{5}\right)\left(1+\sqrt{5}\right)}{\left(1-\sqrt{5}\right)\left(1+\sqrt{5}\right)}$$

$$=\frac{3+3\sqrt{5}-\sqrt{5}}{1-5}=\frac{-2+2\sqrt{5}}{-4}=\frac{1-\sqrt{5}}{2}\quad\Longrightarrow\quad\frac{X+1}{X}=\frac{1-\sqrt{5}}{2}$$

[2] Déterminons un encadrement de X par deux nombres décimaux.
$2,33<\sqrt{5}<2,24\Longrightarrow -2.34<-\sqrt{5}<-2,23$ $1-2,34<1-\sqrt{5}<1-2,23$
$\frac{1-2,34}{2}<\frac{1-\sqrt{5}}{2}<\frac{1-2,33}{2}$ $-0,662<X<-0,615$

Exercice 02

[1] Développons et réduisons le polynôme $(2X-3)(X+2)$. $(2X-3)(X+2)=2x^2+4X-3X-6=2x^2+X-6$ $(2X-3)(X+2)=2x^2+X-6$.

[2] Résolvons l'équation : $(2X-3)(X+2)=0$. $(2X-3)(X+2)=0$ équivaut à $2X-3=0$ ou $2X=3$ ou $X=-2$ $X=\frac{3}{2}$ ou $X=-2\Longrightarrow S=\left\{\frac{3}{2};-2\right\}$.

[3] Trouvons l'ensemble des réels X tels que : $-5\leq 2X-3\leq 3$
$-5\leq 2X-3\leq 3$ équivaut à $-5+3\leq 2X\leq 3+3$ $\frac{-5+3}{2}\leq\frac{2X}{2}\leq\frac{3+3}{2}$; $-1\leq X\leq 3$
D'où la réponse c : $[-1,3]$.

Exercice 03

[1] Complétons le tableau.

Taux de cholestérol	[120,150[	[150,180[	[180,210[	[210,[240[	[240,270[
Effectifs	4	3	10	3	5

[2] Calcul du pourcentage de sujets à surveiller dans ce groupe. Effectifs du sujet à surveiller : 5. Leur pourcentage : $\frac{5}{25}\times 100=20\%$

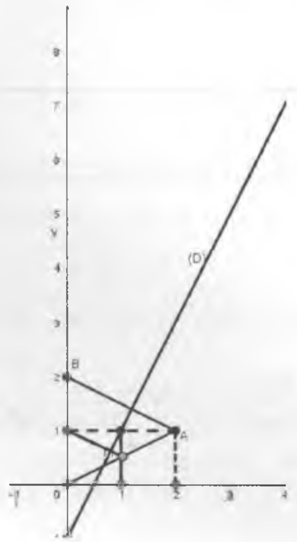
Activités géométriques.

Exercice 01

[1] Ecrivons une équation cartésienne de la droite (AB) Soit $M\binom{x}{y}\in(AB)$. Les vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires alors : $\overrightarrow{AM}\binom{x-2}{y-1}$ et $\overrightarrow{AB}\binom{-2}{1}$ d'où $(X-2)-2)(y-1)=0(X-2)-2)(y-1)=0\Longleftrightarrow X-2+y-2=0$ $(AB):X+2y-4=0$ est une équation.

[2] Traçons la droite (D).

3 Construisons l'image du triangle par l'homothésie de centre O et de rapport $1/2$ L'image du triangle AOB est le triangle $OA'B$ tels que $\overrightarrow{OA'} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OB'} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OB}$. Donc $B' = J$. L'image du triangle AOB est alors le triangle $OA'J$.



Exercice 02

1 Montrons que le triangle ABC est rectangle.
$AC^2 = 6^2 = 36$; $AB^2 = 8^2 = 64$; $BC^2 = 10^2 = 100$. Comme $36 + 64 = 100$; c'est-à-dire $AC^2 + AB^2 = BC^2$.
Alors d'après la réciproque de la propriété de Pythagore nous pouvons conclure que ABC est un triangle rectangle en A

2 Calculons le rayon r du cercle (C) $r = \frac{BC}{2}.AN : r = \frac{10}{2} = 5$ $r = 5cm.$

3 a. Calculons le $\sin\widehat{ABC} = \frac{AC}{BC}$. AN : $\sin\widehat{ABC} = \frac{6}{10} = 0.6$ $\sin\widehat{ABC} = 0.6$.

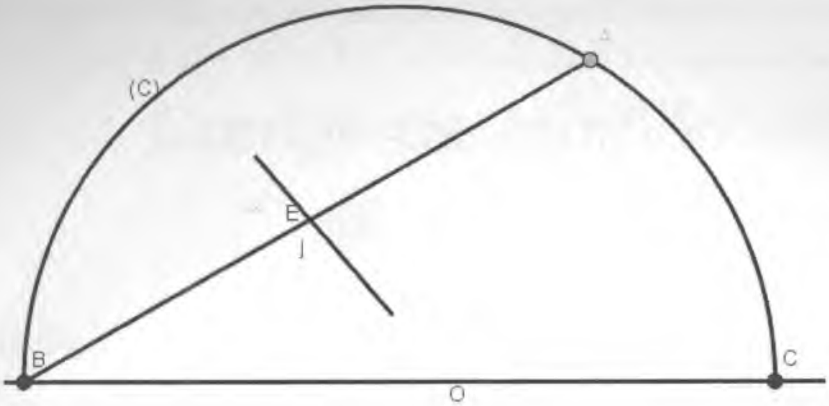
b. Déduisons en dégré la mesure de chacun de l'angle $\widehat{ABC}$ et l'angle $\widehat{AOC}$.

D'après le tableau donné, $\sin\widehat{ABC} = 0,6$ $mes\widehat{ABC} = 36,87°$
L'angle $\widehat{AOC}$ est l'angle associé à l'angle inscrit $\widehat{ABC}$ d'où $mes\widehat{AOC} = 2 \times mes\widehat{ABC} = 2 \times 36,87 = 73,74$. $mes\widehat{AOC} = 73,74$

Problème.

1 Calculons la hauteur h de la citerne. $V = \frac{s \times h}{3} \longrightarrow S.h = 3V \longrightarrow h = \frac{3v}{s}$ $V = 1800L = 1800dm^3 = 1,8m^3$ AN : $h = \frac{3 \times 1.8}{1,5} = 3,6$ $h = 3,6m.$

2 a. Calculons le rapport $\frac{v'}{v} = K^3$. $\frac{v'}{v} = \frac{225}{1800} = 0,125$ $K^3 = 0,125$



b. Déduisons la hauteur h' du petit cône. $\frac{h'}{h} = k \longrightarrow h' = k \times h$. Or $k^3 = 0.125 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \longrightarrow k = \frac{1}{2}$

d'où $h' = \frac{1}{2} \times 3,6 = 1.8$

$h' = 1,8m$.

$\boxed{3}$ Calculons le temps nécessaire pour vider la citerne. $D = \frac{v}{t} \longrightarrow t = \frac{V}{D}$. AN : $t = \frac{1800}{15} = 120$

$t = 120min$.

$\boxed{4}$ a. Montrons que $V(t) = 1,8 - 0,015t$.

$V(t) =$ volume initial (V) $-$ volume écoulé. Or volume écoulé $=$ débit $\times$ temps et 15l $= 0.015m^3$ d'où $V(t) = 1.8 - 0,015t$.

b. calculons $V(90)$ et $V(120)$. $V(90) = 1.8 - 0.015 \times 90 = 0.45$ $V(120) = 1.8 - 0.015 \times 120 = 0$ $V(90) = 0,45m^3; V(120) = 0m^3$.

c. Calculons ce temps. $V(t) = 0,9$équivaut à$1,8 - 0,015t = 0.9 \longleftrightarrow .0015t = 1.8 - 0,9 \longrightarrow 0,015t = 0.9 \longrightarrow t = \frac{0,9}{0,015} = 60$ $t = 60min$.