Corrigé de *Mathématiques*

BEPC – 2016

Activités numériques

Exercice 01

$\boxed{1}$ Effectuons le calcul suivant $1-\left(\dfrac{1}{5}+\dfrac{3}{4}\times\dfrac{4}{5}\right)$ et donnons le résultat sous forme de fraction irréductible.

On a : $1-\left(\dfrac{1}{5}+\dfrac{3}{4}\times\dfrac{4}{5}\right)=1-\left(\dfrac{1}{5}+\dfrac{3}{5}\right)=1-\dfrac{4}{5}=\dfrac{1}{5}$.Donc : $1-\left(\dfrac{1}{5}+\dfrac{3}{4}\times\dfrac{4}{5}\right)=\dfrac{1}{5}$.

$\boxed{2}$ a. Déterminons la fraction de la propriété qui a été vendue en 2013. On a : $\dfrac{5}{5}-\dfrac{1}{5}=\dfrac{4}{5}$ et on a : $\dfrac{3}{5}\times\dfrac{4}{5}=\dfrac{12}{20}=\dfrac{3}{5}$. Donc la fraction de la propiété qui a été vendue en 2013 est $\dfrac{3}{5}$.

b. Déterminons la fraction de la propriété qui reste invendue à l'issue de deux années. On a : $\dfrac{5}{5}-\dfrac{4}{5}=\dfrac{1}{5}$. Donc la fraction de la propriété qui reste invendue à l'issue de deux années est $\dfrac{1}{5}$.

c. Déterminons la superficie de la propriété sachant que la partie invendue au bout des deux années a une aire de $800m^2$. Désignons par S la superficie cherchée. On a : $\dfrac{S}{5}=800$; soit $S=5\times 800=4000$.
Donc la superficie cherchée est $4000m^2$.

$\boxed{3}$ a. Développons $\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)^2$. $\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)^2=2-2\sqrt{6}+3=5-2\sqrt{6}$.
Donc $\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)^2=5-2\sqrt{6}$.

b. Déduisons-en la valeur exacte de $\sqrt{5-2\sqrt{6}}$.
On a : $\sqrt{5-2\sqrt{6}}=\sqrt{\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)^2}=|\sqrt{2}-\sqrt{3}|=-\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)=\sqrt{3}-\sqrt{2}$.
Donc $\sqrt{5-2\sqrt{6}}=\sqrt{3}-\sqrt{2}$.

$\boxed{4}$ Ecrivons le nombre $\dfrac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$ sans radical au dénominateur.

$$\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{(\sqrt{2}-\sqrt{3})(\sqrt{2}+\sqrt{3})}=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{(\sqrt{2})^2-(\sqrt{3})^2}=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2-3}=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{-1}.$$

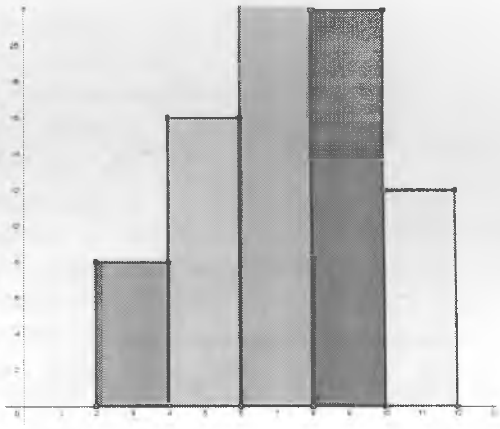
donc $\dfrac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}=-\sqrt{2}-\sqrt{3}$.

Exercice 02

On considère l'expression $E(x)$=$(2x+1)^2-2x^2$.

$\boxed{1}$ Développons, réduisons et ordonnons $E(x)$ suivant les puissances décroissantes de x.
$E(x)$=$(2x+1)^2-2x^2=4x^2+4x+1-2x^2=2x^2+4x+1$. Donc $E(x)$ =$2x^2+4x+1$.

$\boxed{2}$ Factorisons $E(x)$.
$E(x)=(2x+1)^2-2x^2=(2x+1)^2-(x\sqrt{2})^2=(2x+1-x\sqrt{2})(2x+1+x\sqrt{2})=[(2-\sqrt{2})\times+1][(2+\sqrt{2}\times+1]$.
Donc $E(x)=[(2-\sqrt{2})\times+1][(2+\sqrt{2}\times+1]$.



3 Calculons $E(0,02)$ et donnons le résultat sous forme décimale.
On a : $E(0,002) = 2(0,02)^2 + 4(0,002) + 1 = 1,0808$. Donc $E(0,002) = 1,0808$.

4 Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'équation $(x+1)(3x+1) = 0$. On a : $(x+1)(3x+1) = 0$ équivaut à $x+1 = 0 ou 3x+1 = 0$ c'est-à-dire $x = -1 ou x = -\frac{1}{3}$.
L'ensemble solution est alors $S = \left\{-1; -\frac{1}{3}\right\}$.

5 Traçons l'histogrammede cette série.

Exercice 03

1 Traçons l'histogramme de cette série.

2 Déterminons le pourcentage des élèves dont la note est supérieure ou égale à 8.
On a : $20 + 12 = 32$ et $\frac{32}{80} \times 100 = 40$. donc le pourcentage des élèves dont la note est supérieure ou égale à 8 est 40%.

3 Calculons la note moyenne de cette classe.
On a : $\frac{(8\times 3) + (16\times 5) + (24\times 7) + (20\times 9) + (12\times 11)}{80} = \frac{24 + 80 + 168 + 180 + 132}{80} = \frac{584}{80} = 7,3$.
Donc la note moyenne de cette classe est 7,3.

Activités géométriques

Exercice 01

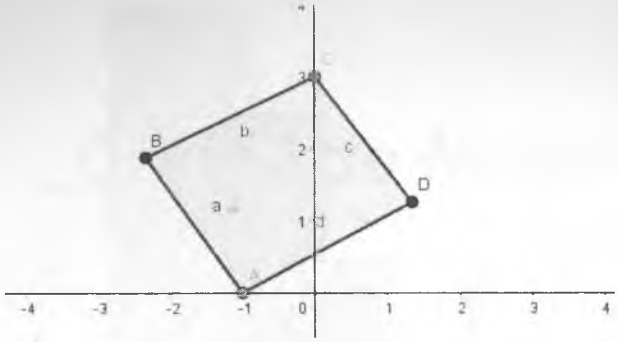
1 Plaçons dans un repère orthonormé $(0, I, J)$ les points $A(-1,0)$, $B(-2,2)$ et $C(0,3)$.

2 Montrons que $AC = \sqrt{10}$. On a : $AC = \sqrt{(0+1)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$. Donc $AC = \sqrt{10}$.

3 Démontrons que le triangle ABC est rectangle. On a : $AB^2 + BC^2 = (\sqrt{5})^2 + (\sqrt{5})^2 = 10$ et $AC^2 = (\sqrt{10})^2 = 10$.On a alors $AB^2 + BC^2 = AC^2$.
Donc d'après la réciproque de la propriété de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en B.

4 Plaçons le point D image de A par la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$. Le point D est sur le repère précédent.

5 Justifions que le quadrilatère $ABCD$ est un carré. Le point D image de A par la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$ signifie que $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ c'est-à-dire que le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme. Ses côtés consécutifs $[AB]$ et $[BC]$ sont égaux donc ce parallélogramme est un losange. En outre, ce losange a un angle droit car le triangle ABC est rectangle en B. Donc le quadrilatère $ABCD$ est un carré.



6 Donnons une équation de la droite (AB). Soit $M\binom{x}{y}$ un point du plan. $M \in (AB)$ équivaut à dire que $\overrightarrow{AM} et \overrightarrow{AB}$ sont colinéaires. Or $\overrightarrow{AM}(x+1;y)$ et $\overrightarrow{AB}(-1;2)$.
On a alors $M \in (AB)$ équivaut à $2(x+1)+y=0$. Donc une équation de la droite (AB) est $2x+y+2=0$.

Exercice 02

1 Calculons le volume du cylindre. Désignons par r le rayon des cercles de base et par V le volume du cylindre.
On a : $V=\pi^2 h$ avec $r=0,5meth=OO'=1m$. On a alors $V=3,14\times(0,5)^2\times 1=0,785$.
Donc le volume du cylindre est $0,758cm^3$.

2 Calculons le volume du cône. Désignons par V' le volume du cône. On a : $V'=\dfrac{\pi r^2 O'S}{3}$, r étant le rayon du cercle de base du cône.
On a alors : $V'=\dfrac{3,14\times(0,5)^2\times 1}{3}\approx 0,261$. Donc le volume du cône est $0,261m^3$.

3 Déduisons-en le volume total de la citerne. Désignons par V_T le volume total de la citerne. On a : $V_T=V+V'=0,785+0,261=1,046$.
Donc le volume total de la citerne est $1,046m^3$

Exercice 03

1 Montrons que les droites (BC) et (DE) sont parallèles. On a : $\dfrac{AB}{AD}=\dfrac{21}{27}=\dfrac{7}{9}$ et $\dfrac{AC}{AE}=\dfrac{28}{36}=\dfrac{7}{9}$.
Ainsi, d'après la réciproque de la propoiété de Thales, les droites (BC) et (DE) sont parallèles.

2 Calculons BC. Les droites (BC) et (DE) sont parallèles, d'après la propriété de Thales, on a : $\dfrac{AB}{AD}=\dfrac{AC}{AE}=\dfrac{BC}{DE}$.
On a alors $\dfrac{AB}{AD}=\dfrac{BC}{DE}$ équivaut à $BC=\dfrac{AB\times DE}{AD}$. AN : $BC=\dfrac{7\times 45}{9}=35$. $BC=$ 34.

3 Prouvons que le triangle ADE est rectangle. On a : $AD^2=(27)^2=729$; $AE^2=(36)^2=1296$ et $DE^2=(45)^2=2025$. On constate que $729+1296=2025$ c'est-à-dire $AD^2+AE^2=DE^2$. Donc d'après la réciproque de la propriété de Pythagore, le triangle ADE est rectangle en A.

Probleme

1 a. Recopions et complétons le tableau.

Nombre de DVD	5	15	4	16
Prix formule A	1000	3000	800	3200
Prix formule B	1250	2750	1100	2900

b. Déduisons la formule la plus avantageuse. Pour la location mensuelle de $4DVD$, la formule la plus avantageuse est la formule A.
Pour la location mensuelle de $16DVD$, la formule la plus avantageuse est la formule B.

2 Des deux fonctions $f(x)=200\times$ et $g(x)=150\times+500$.

a. la fonction linéaire est la fonction f.

b. Sur le graphique donné, la fonction représentée par la droite (D_1) est la fonction g.

$\boxed{3}$ Résolvons le système : $\begin{cases} y = & 200x \\ y = & 150x + 500 \end{cases}$

De ce système, on remplace x par son expression et on obtient :

$\begin{cases} y = & 200x \\ 50x = & 500 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} y = & 200x \\ x = & 10 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} y = & 200 \times 10 \\ x = & 10 \end{cases}$ d'où $\begin{cases} y = & 2000 \\ x = & 10 \end{cases}$

L'ensemble solution du système est alors $S = \{(10; 2000)\}$.

a. i. Déterminons le nombre de DVD pour lequel aucune formule n'est plus avantageuse. Désignons par x ce nombre, x est solution de l'équation $f(x) = g(x)$ c'est-à-dire $200\times = 150 \times +500$ d'où $\times = 10$.
Donc le nombre de DVD pour lequel aucune formule n'est plus avantageuse est 10.

ii. Déterminons le prix à payer. On a : $200 \times 10 = 2000$. Donc le prix à payer est $2000 frs$.