Examen : **Probatoire SIX**
Session : **2020**
Série : **C**
Epreuve : **MATHEMATIQUES**
Durée : **3 h**
Coefficient : **6**

L'épreuve comporte deux parties étalée sur deux pages

PARTIE A : EVALUATIONS DES RESSOURCES : 15 points

Exercice 1 : / 5 points

I. On pose l'équation : $x^4 - 40x^2 + q = 0$ (1)

L'objectif de cette partie est de déterminer le nombre réel q tel que l'équation (1) ait quatre solutions réelles distinctes qui forment une progression arithmétique.

1. On pose $U = x^2$. Montrer que l'équation (1) est équivalente à l'équation : $U^2 - 40U + q = 0$ (2).
On suppose que l'équation (2) admet deux solutions réelles strictement positives r_1 et r_2 tel que $r_1 < r_2$. Montrer que $r_1 + r_2 = 40$ et $r_1 \times r_2 = q$. **0,5pt**

2. Déterminer q pour que l'équation $x^4 - 40x^2 + q = 0$ (1) ait quatre solutions réelles distinctes qui forment une progression arithmétique. **1pt**

3. Résoudre dans l'ensemble les nombres réels l'équation $x^4 - 40x^2 + 144 = 0$. **1pt**

II. Dans le repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ d'unité 2cm, on note A(1 ; 0) et B(0 ; 2).

1. Déterminer et construire l'ensemble (Γ) les points M du plan tel que $(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}) = \frac{\pi}{4} (2\pi)$. **1pt**

2. Soit $G = bar\{(A,1);(B,-4)\}$ et (C) l'ensemble des points M du plan tel que $MA^2 - 4MB^2 = 0$.

- Montrer que M appartenant à (C) si et seulement si $MG = \frac{2}{3}AB$. Construire (C). **0,5pt**

3. Déterminer les valeurs exactes des coordonnées de $\Omega = (\Gamma) \cap (C)$. **1pt**

Exercice 2 : / 5,5 points

I. Une agence bancaire s'intéresse aux montants des chèques impayés durant l'année 2017.

Montant en dollars	[0; 100[	[100; 200[	[200; 500[	[500; 1000[
effectif	20	22	50	8

1. Représenter graphiquement la série. **0,75pt**

2. Représenter graphiquement les effectifs cumulés croissants. En déduire graphiquement le nombre de chèques impayés inférieurs à 400 dollars. **1pt**

3. Déterminer le mode, la médiane, la moyenne arithmétique, l'écart-type du montant des chèques impayés. **1pt**

4. Etudier l'asymétrie de la série. Sachant que le solde mensuel moyen y d'un compte et le montant x d'un chèque impayé sont liés par la relation $y = 8x + 1500$, déterminer la moyenne et l'écart-type du solde mensuel moyen. **0,75pt**

II. Deux contrôleurs A et B sollicitent faire un sondage sur l'état des chèques impayés dans cette banque. Pour cela, le contrôleur A prélève au hasard et de façon simultanée trois chèques parmi le lot total des chèques impayés. Le contrôleur B fait plutôt un prélèvement successif sans remise de trois chèques parmi le même lot total des chèques impayés.

1. Déterminer le nombre de prélèvements possibles de chaque contrôleur. **1pt**

2. Déterminer le nombre de prélèvements suivants :

a) Les trois chèques prélevés par le contrôleur A appartiennent aux trois dernières classes des montants du tableau statistique et n'ont pas le même montant. **0,5pt**

b) Les deux premiers prélevés par le contrôleur B ont des montants inférieurs à 500 dollars. **0,5pt**

Exercice 3 : / 5 points

I. 1) Démontrer l'égalité $cos^4x + sin^4x = \frac{1}{4}(3 + cos4x)$ **0,5pt**

2) Résoudre dans $[0; 2\pi]$ l'équation $cos^4x + sin^4x = \frac{1}{8}cos2x + \frac{\sqrt{3}}{8}sin2x + \frac{3}{4}$ **0,75pt**

3) Représenter les points images solutions de l'équation précédente dans le cercle trigonométrique. **0,5pt**

II. ABC est un triangle équilatéral de sens direct et de centre O. Soit r la rotation de centre A et d'angle de mesure $\frac{\pi}{3}$. r' la rotation de centre C et d'angle de mesure $\frac{\pi}{3}$.

1- a) Déterminer $r\ o\ r'(A)$ et $r\ o\ r'(B)$. **0,5pt**

B) Déduire la nature et les éléments caractéristiques de $r'o\,r$. **0,5pt**

2- Déterminer $r'\ o\ r^{-1}(A)$, la nature et les éléments caractéristiques de $r'\ o\ r^{-1}$. **0,5pt**

III. On considère l'endomorphisme g du plan vectoriel de E qui à tout vecteur $\vec{u} = x\vec{\imath} + y\vec{\jmath}$ associe le vecteur $g\ (\vec{u}) = (-x + 2y)\vec{\imath} + (2x - 4y)\vec{\jmath}$.

1) Déterminer la matrice M de l'endomorphisme g dans la base $(\vec{\imath}, \vec{\jmath})$. **0,5pt**

2) Déterminer$Kerg$ et $\mathrm{I}mg$. Montrer que $dim\ Kerg + dim\ \mathrm{Im}g = \mathrm{dimE}$. **0,75pt**

3) $\overrightarrow{e_1} = 2\vec{\imath} + \vec{\jmath}$ $\overrightarrow{e_2} = \vec{\imath} - 2\vec{\jmath}$. Montrer que B = $(\overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2})$ est une base de E et déterminer la matrice de g dans la base B. **0,5pt**

PARTIE B : **EVALUATION DES COMPETENCES / 4,5 points**

Situation :

Pour déménager, Fotso prend en location un camion pour 8.000F l'heure (Camion et chauffeur compris) et recrute des manœuvres qu'il paie 2.000F l'heure chacun pour toute la durée du déménagement.

Sachant que :

- Le camion chargé met 1 heure pour joindre le nouveau domicile de Fotso,
- La durée des opérations de charge et décharge (avant et après le voyage) est inversement proportionnelle au nombre de manœuvres recrutés
- Un manœuvre mettrait 2 heures pour les opérations de charges et de décharges.

Tâche 1 : Quel est le prix de revient du déménagement lorsque Fotso recrute 1 seul manœuvre ? Lorsqu'il recrute deux manœuvres ? **1,5pt**

Tâche 2 : Montrer que si n est le nombre de manœuvre recrutés, le prix de revient du déménagement est de $2000 \times f(n)$ où $f(n) = \frac{n^2+6n+8}{n}$. **1,5pt**

Tâche 3 : Trouver le nombre de manœuvres pour lequel la dépense est minimale. **1,5pt**

PRESENTATION : 0,5pt