

EPREUVE DE MATHEMATIQUES N°4

EXERCICE 1 .3.75pts

- 1- Calculer $B = (2\sqrt{3} - \sqrt{2})^2$ 0.25pt
- 2- Résous dans \mathbb{R} l'équation $2x^2 - (2\sqrt{3} + \sqrt{2})x + \sqrt{6} = 0$ 0.75pt
- 3- En déduis dans $[-\pi, \pi]$ les solutions de l'équation (E): $2\sin^2 x - (2\sqrt{3} + \sqrt{2})\sin x + \sqrt{6}$ 0.75pt
- 4- Placer les solutions de (E) sur le cercle trigonométrique (unité sur les axes=3cm) 0.5pt
- 5- Quelle est la nature du quadrilatère obtenu ? Calculer la valeur exacte de son aire ? 0.75pt
- 6- Résous dans $[-\pi, \pi]$ l'inéquation (I): $2\sin^2 x - (2\sqrt{3} + \sqrt{2})\sin x + \sqrt{6} \geq 0$ 0.75pt

EXERCICE 4 .75pts

- I- On considère les fonctions $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $g: \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ $h: \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R} - \{-3\}$
- $$x \mapsto x^2 - 1 \qquad x \mapsto \frac{3x-1}{x} \qquad x \mapsto \frac{1-3x}{x}$$

- 1- L'application f est-elle injective ? Surjective ? 1pt
- 2- Montrer que h est bijective et déterminer sa bijection réciproque h^{-1} 1pt
- 3- Déterminer l'ensemble de définition de $g \circ f(x)$ et calculer explicitement $g \circ f(x)$ 1pt

II- Le plan est muni du repère orthonormé (O, I, J) (unité sur les axes : 1cm)

Soient $E(1, -3)$ et $F(1, 3)$ deux points du plan

- 1- Déterminer Les coordonnées de G telles que E soit le symétrique de F par rapport à G 0.5pt
- 2- Montrer que pour tout M du plan, $\overrightarrow{ME} \cdot \overrightarrow{MF} = MG^2 - \frac{EF^2}{4}$ 0.5pt
- 3- En déduire la nature et les éléments caractéristiques de (C) ensemble des points M tels que $\overrightarrow{ME} \cdot \overrightarrow{MF} = 7$ 0.75pt

EXERCICE 3 .7pts

Le plan est muni d'un repère (O, I, J) . (Cf) est la courbe représentative de $f(x) = \begin{cases} 2x^2 + x + 3 & \text{si } x < 0 \\ \frac{x^2+x-3}{x-1} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

- 1- Détermine l'ensemble de définition de f 0.5pt
- 2- Calculer les limites aux bornes de Df puis en déduire les asymptotes si elles existent 1pt
- 3- Etudier la continuité de f en 0 0.5pt
- 4- Déterminer les réels a, b et c tels que $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$ et en déduire que (D): $y = ax + b$ est asymptote oblique 1pt
- 5- Etudier les positions relatives de (Cf) et (D) 0.5pt
- 6- Calculer les dérivées des fonctions $g(x) = 2x^2 + x + 3$ et $h(x) = \frac{x^2+x-3}{x-1}$ et en déduire le sens de variation de g et h 1.5pt
- 7- Dresser les tableaux de variation des fonctions g et h 1pt
- 8- Montrer que $x = -\frac{1}{2}$ est axe de symétrie de (Cg) et que $I(1, 3)$ est centre de symétrie de (Ch) 1pt

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES 4.5pts

Sur la figure ci-contre nous avons trois espaces,

Représentant les plantations des trois épouses de Mr Bello. Du

Même côté de la droite (AC), le demi-cercle de diamètre [AB]

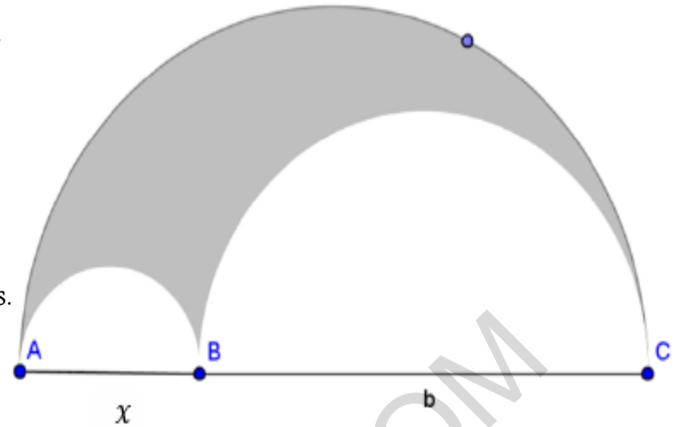
Représente la parcelle de Jeanne ; le demi-cercle de diamètre

[BC] représente la parcelle de Lucie et la partie grise

Représente celle de Marie. La longueur [AC] est de 100 mètres.

Elles y ont cultivés du maïs, des arachides et des patates

Qu'elles vendent en seau après la récolte.



Mr Bello arrive à la plantation pour transporter ses épouses au marché situé à 40 km de là. Les

Dames lui disent qu'elles n'ont que 45 minutes pour rattraper une grande cliente à elles qui prend souvent

à très bon prix les produits du champ. Ils quittent alors la plantation en roulant à une vitesse constante

Pendant 5 minutes mais après survient une panne qui leur prend 10 minutes pour le dépannage.

Marie a vendu 10 seaux de maïs, 15 seaux d'arachides et 8 seaux de patates pour une recette totale

de 65500 francs CFA. Lucie a vendu 20 seaux de maïs, 16 d'arachides et 10 de patates pour une recette de

90000 francs CFA et Jeanne quant à elle a vendu 10 seaux de maïs, un seau d'arachides et 2 seaux de Patates.

1- Déterminer l'aire de chacune des plantations, sachant que la parcelle de Marie a la plus grande valeur possible.

1.5pt

2- Quelle recette a reçue Jeanne après la vente de tous ses produits.

1.5pt

3- En augmentant sa vitesse précédente de 10 km/h, après sa panne aurait-il rattrapé cette grande cliente ? 1.5pt