

L'épreuve comporte deux exercices et un problème répartis sur deux pages.

**EXERCICE I**

**5 points**

- I-) On considère deux suites  $(V_n)$  et  $(W_n)$  définies par  $V_0 = 50$  ;  $V_{n+1} = 1,1V_n - 4$  et  $W_n = V_n - 40$
1. Montrer que la suite  $(W_n)$  est géométrique de raison 1,1 et de premier terme  $W_0 = 10$  0,5pt
  2. Exprimer  $W_n$  puis  $V_n$  en fonction de  $n$  0,5pt
  3. Au mois de janvier 2011, un constructeur métallique reçoit une commande de 100 verrous à livrer en 2012 alors qu'il n'en avait stocké que 50. Pour répondre à cette offre, il augmente son stock de 10% tous les mois, et détruit 4 verrous dans le même temps pour malformation. Soit  $P_0 = 50$  et  $P_n$  le nombre de verrous stockés  $n$  mois après 2011.
  - a) Trouver la relation entre  $P_n$  et  $P_{n+1}$ . 0,5pt
  - b) Déterminer le nombre maximal de verrous livrés par ce constructeur en décembre 2012. 0,5pt

- II-) On se propose de résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $\sin^3 x - \left(\frac{\sqrt{3}+9}{2}\right) \sin^2 x + \left(\frac{9\sqrt{3}}{4} + 2\right) \sin x - \sqrt{3} = 0$
1. Développer et réduire  $q(x) = (x - 4) \left(x^2 - \left(\frac{\sqrt{3}+1}{2}\right)x + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$ . 0,75pt
  2. Justifier que  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  et  $\frac{1}{2}$  sont les racines du polynôme  $p$  défini par  $p(x) = x^2 - \left(\frac{\sqrt{3}+1}{2}\right)x + \frac{\sqrt{3}}{4}$ . 0,5pt
  3. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $x^3 - \left(\frac{\sqrt{3}+9}{2}\right)x^2 + \left(\frac{9\sqrt{3}}{4} + 2\right)x - \sqrt{3} = 0$ . 0,75pt
  4. Dédire de ce qui précède les solutions de l'équation  $\sin^3 x - \left(\frac{\sqrt{3}+9}{2}\right) \sin^2 x + \left(\frac{9\sqrt{3}}{4} + 2\right) \sin x - \sqrt{3} = 0$  dans  $]0; \pi]$ . 1pt

**EXERCICE II**

**4 points**

- I-) On considère le nombre complexe  $Z = \frac{i+1}{-\sqrt{3}i+1}$ . Choisir la seule bonne réponse parmi les quatre proposées.
1. L'écriture algébrique de  $Z$  est : 0,75pt  
 a)  $\frac{i+1}{-\sqrt{3}i+1}$  ;      b)  $\frac{1+\sqrt{3}}{4} + \frac{(1-\sqrt{3})}{4}i$  ;      c)  $\frac{1-\sqrt{3}}{4} + \frac{(1+\sqrt{3})}{4}i$  ;      d)  $\frac{\sqrt{3}-1}{4} + \frac{(1+\sqrt{3})}{4}i$
  2. Un argument de  $Z$  est : 0,75pt  
 a)  $\frac{-\pi}{12}$  ;      b)  $\frac{-\pi}{3}$  ;      c)  $\frac{7\pi}{12}$  ;      d)  $\frac{\pi}{4}$

II-) Dans l'entrepôt d'une quincaillerie, les feuilles de tôle sont rangées suivant leurs épaisseurs comme l'indique le tableau suivant.

Épaisseurs des feuilles en mm	[0,5; 1[	[1; 1,5[	[1,5; 2[	[2; 2,5[
Nombre de feuilles	200	350	300	150

1. Quelle est la classe modale de cette série ? 0,25pt
2. Détermine la moyenne des épaisseurs de ces tôles. 0,5pt
3. Détermine la valeur médiane des épaisseurs de ces tôles. 0,75pt
4. Détermine l'écart-type de cette série. 1pt

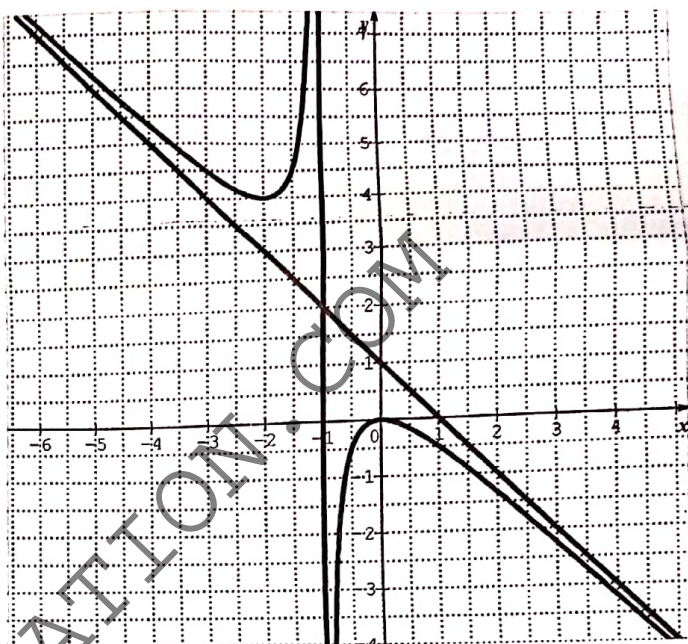
## PROBLEME

11 points

## Partie A

La courbe ci-contre est celle d'une  $g$  définie sur  $\mathbb{R}$ .

1. Déterminer graphiquement et selon les valeurs du réel  $k$ , le nombre et le signe des solutions de l'équation  $g(x) = k$ . 1pt
2. Résoudre graphiquement :
  - a)  $g(x) \leq \frac{9}{2}$  0,5pt
  - b)  $g(x) \geq -0,5$  0,5pt
  - c)  $\begin{cases} g(x) \leq \frac{9}{2} \\ g(x) \geq -0,5 \end{cases}$  0,5pt



## Partie B

Le plan est muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  d'unité 1cm sur les axes.

On considère la fonction numérique  $f$  d'une variable réelle  $x$  définie par  $f(x) = \frac{x^2+3}{|x|-1}$  et  $(C)$  sa courbe représentative dans le repère ci-dessus.

- 1.a) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction  $f$  et écrire  $f(x)$  sans les barres de valeur absolue. 0,75pt
- b) Etudier la dérivabilité de  $f$  en 0. 1pt
- c) Etudier la parité de la fonction  $f$ . 0,5pt
2. On pose  $I = ]0; 1[ \cup ]1; +\infty[$  et dans cet intervalle  $f(x) = \frac{x^2+3}{x-1}$ .  $(C')$  désigne la courbe de  $f$  dans  $I$ .
  - a) Calculer les limites de  $f$  aux bornes de  $I$ . 1pt
  - b) Montrer qu'il existe trois réels  $a, b$  et  $c$  tels que pour tout  $x \in I$ ,  $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$ . 1,5pt
  - c) Montrer que la droite d'équation  $y = x + 1$  est asymptote oblique à la courbe de  $f$ . 0,75pt
  - d) Calculer  $f'(x)$  et dresser le tableau de variation de  $f$  sur  $I$ . 1,5pt
3. Construire les courbes  $(C')$  et  $(C)$  dans le même repère. 1,5pt