FICHE TD DE MATHEMATIQUES PF2/F3

EXERCICE 1 :

Partie A

1. a) developer $\left(\sqrt{3} - 1\right)^2$.

   b) Résoudre dans ℝ l'équation $2x^2 - \left(\sqrt{3} + 1\right)x + \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$

   c) Déduire la solution dans ℝ de l'inéquation $2x^2 - \left(\sqrt{3} + 1\right)x + \frac{\sqrt{3}}{2} < 0$

   d) Déduire la solution dans [0 ;2π] de l'équation (**E**) :

   $$2(\cos x)^2 - \left(\sqrt{3} + 1\right)\cos x + \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$$

2. On considère le nombre complexe $Z_1 = -1 + i$; $Z_2 = -\sqrt{2} - i\sqrt{6}$ et $Z_3 = \frac{Z_1{}^2}{Z_2{}^2}$

   a) Donner le module et l'argument principal de chacun des nombres complexes Z_1 et Z_2

   b) Ecrire Z_3 sous la forme algébrique puis donner le module et l'argument principal de Z_3.

   c) Déduire de ce qui précède les valeurs de $\cos(-\frac{5\pi}{12})$ et $\sin(-\frac{5\pi}{12})$

Partie B : Soient A, B et I trois points du plan tels que AB = 5 cm et I le milieu de [AB]

1- Déterminer et construire le point G, barycentre des points pondérés (A,2) et (B,-1).

2- Déterminer et construire l'ensemble des points M du plan tels que :

a) MA2+ MB2 = $\frac{125}{2}$

b) $\overrightarrow{\mathbf{MA}}.\overrightarrow{\mathbf{MB}} = \frac{11}{4}$

3- ABC est un triangle, I est le barycentre des points pondérés (A,-1) et (B,3) ; J est le barycentre des points pondérés (A,-1) et (C,2) et K est le point tel que $\overrightarrow{BK} = \frac{2}{5}\overrightarrow{BC}$

a- Montrer que K est le barycentre des points B et C affectés des coefficients que l'on déterminera.

b- Montrer que les droites (AK) ; (BJ) et (CI) sont concourantes. (On fera un schéma clair).

-Partie C :

1. Donner la valeur exacte de $\cos\frac{11\pi}{6}$
2. En déduire que $\cos^2\frac{11\pi}{12} = \frac{2+\sqrt{3}}{4}$ et que $\sin^2\frac{11\pi}{12} = \frac{2-\sqrt{3}}{4}$
3. En déduire les valeurs exactes de $\cos\frac{11\pi}{12}$ et $\sin\frac{11\pi}{12}$ en justifia nt la réponse.
4. Résoudre dans $]-\pi, \pi]$ l'équation : $\sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{4}}sinx - \sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{4}}\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

EXERCICE 2

Partie : A **Suites Numériques**

I- Soit (U_n) la suite définie par $\begin{cases} U_0 = 15 \\ U_{n+1} = 1{,}4Un - 5 \end{cases}$

1- On considère la suite (V_n) définie par $V_n = U_{n+1} - U_n$

2- a- Montrer que (V_n) est une suite géométrique ; en préciser le premier terme et la raison.

3- b- Exprimer V_n et U_n en fonction de n ; donner également l'expression de S_n en fonction de n, sachant que $S_n = V_0+V_1+ \dots V_{n+1}$

II- On considère les suites (U_n) et (V_n) respectivement définies par :

$$\begin{cases} U_0 = 1000000 \\ U_{n+1} = 1{,}08Un - 40000 \end{cases}$$

Et Vn = Un - 500 000.

1-Calculer U_1, U_2 et U_3.

2-a) déterminer le nombre réel a tel que pour tout entier naturel n on ait $V_{n+1} = aV_n$

b) En déduire que V_n est une suite géométrique dont on précisera son premier terme V_0 et sa raison.
c) Calculer V_n en fonction de n et en déduire U_n en fonction de n.

Partie B :

Le tableau suivant est celui des effectifs cumules croissants d'une série statistique.

Notes	[0 ;5[	[5 ;8[	[8 ;14[	[14 ;18[
Effectifs cumules croissants	12	26	34	40

1)Dresser le tableau des effectifs, y ajouter les lignes des fréquences (en %) ; des centres de classe ; des amplitudes et des densités.

2)Calculer la moyenne ; la variance et l'écart-type de cette série

3)Calculer la médiane par interpolation linéaire.

4)Construire l'histogramme de cette série statistique. (Prendre 1cm pour 2 en abscisse).

5)Construire dans un même repère les polygones des effectifs cumules croissants et des effectifs cumules décroissants. (Prendre 1cm pour 4 en ordonnées).

Partie C :

La courbe (C) ci-dessous est la représentation graphique d'une fonction numérique f dans un repère orthonormé (O, i, j)

1)Déterminer l'ensemble de définition de f ainsi que les limites en $-\infty$; $+\infty$; en 1^- et 1^+

2) Préciser le sens de variation de f.

3)Résoudre dans $\mathfrak{R}$ les inéquations

i) $f(x) < 0$

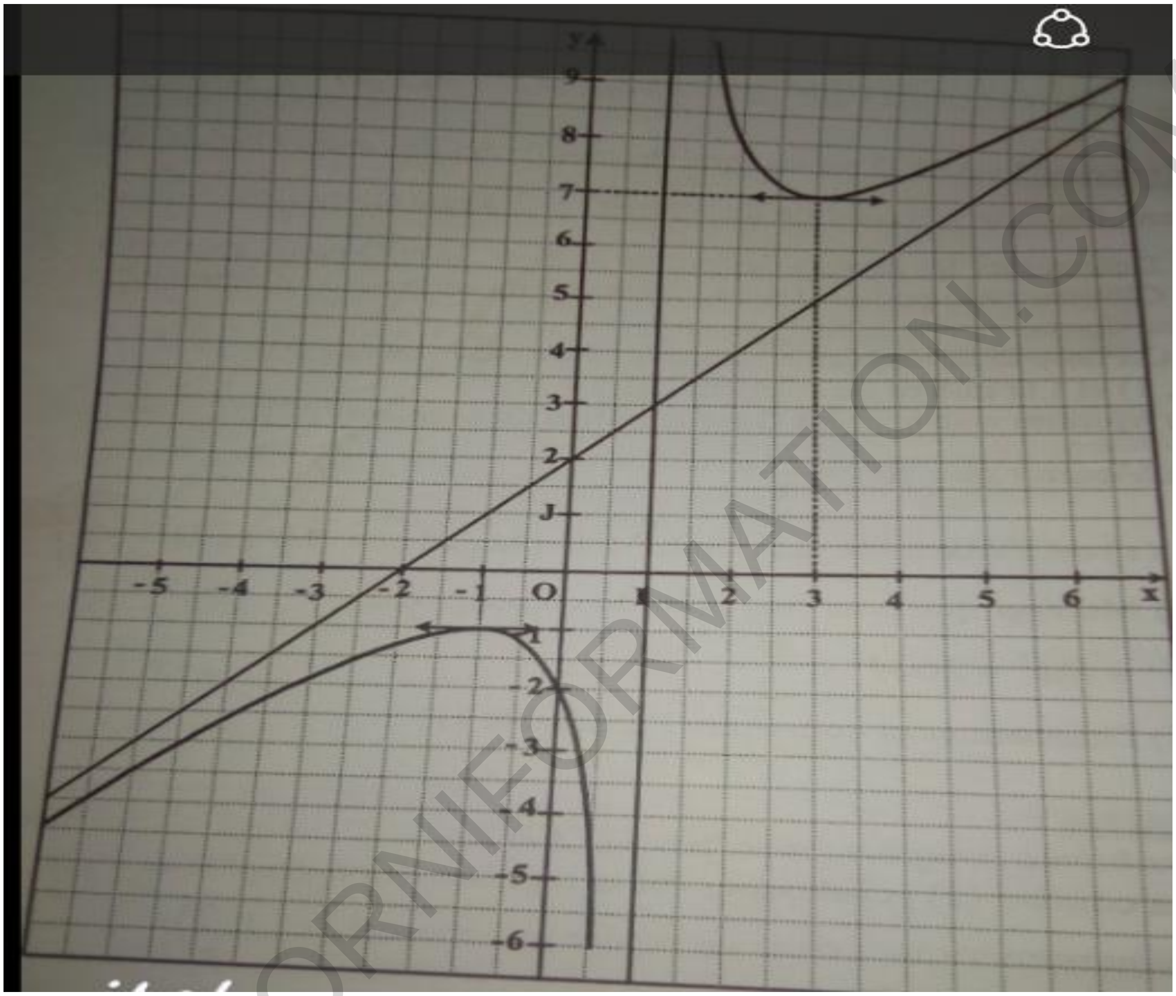
ii) $f(x) > 0$

4)Déterminer f (-1) ; f (0) ; f ' (-1) ou f ' est la dérivée de f.

5) Dresser le tableau de variation de f.

Pour tout x≠1, $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$

6) Déterminer les réels a, b, c de la fonction f.



PROBLEME : Les deux parties du problème sont indépendantes

-Partie A :

I- On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie par :

$f(x) = \frac{ax^2+bx+c}{x-1}$

Sachant que la fonction f vérifie les propriétés suivantes :

a) La courbe de f admet au point d'abscisse 3 une tangente parallèle à la droite d'équation $y = \frac{3}{4}x$;

b) La courbe de f coupe la courbe représentative de la fonction $g:x\mapsto 3x^2+2x-2$ au point d'abscisse 0 et admet en ce point une tangente parallèle à l'axe des abscisses ; Déterminer les nombres réels a, b et c.

II- On considère la fonction h définie sur R \ {1} par : $h(x) = \frac{x^2-2x+2}{x-1}$

1 . Déterminer les limites de h aux bornes de son domaine de définition.

2. Déterminer la fonction dérivée de $h'(x)$ puis dresser le tableau des variations de h.

3. Montrer : $h(x) = x - 1 + \frac{1}{x-1}$ pour tout $x \neq 1$.

4. En déduire l'équation réduite de l'asymptote oblique à la courbe de h.

5. Étudier les positions relatives de la courbe de h avec son asymptote oblique.

6. Montrer que le point $\Omega(1, 0)$ est centre de symétrie de la courbe de h.

7. Construire soigneusement la courbe de h ainsi que ses asymptotes dans un repère orthonormé du plan.

8. Construire dans le même repère la courbe de la fonction $k : x\mapsto|h(x)|$.

Partie B :

ISSA et Pierre disposant chacun d'une somme de 300.000fcfa, ont un projet d'acheter chacun une moto qui coute 390.000fcfa. Un établissement de micro finance leur propose deux d'épargnes pour les aider à pouvoir acheter leur moto. Le premier types d'épargne permet au capital d'augmenter de 7% chaque année. Le second permet au capital d'augmenter de 210.000fcfa chaque année. Issa choisit le premier type d'épargne et pierre le second le 1er janvier 2010. On désigne par U_n et V_n les capitaux respectifs d'Issa et Pierre en l'an 2010 + n.

On pose : $U_0 = V_0 = 300.000$fcfa.

1.a) Calculer le capital d'Issa au 1er janvier 2011.

b) Montrer que $U_{n+1} = 1,07U_n$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

c) En déduire la nature de la suite (U_n).

d) Exprimer en fonction de n le capital d'Issa au 1er janvier de l'an 2010 + n.

2.a) Calculer le capital de Pierre au 1er janvier 2011.

b) Exprimer en fonction de n V_{n+1} en fonction de V_n pour n de $\mathbb{N}$.

c) Enduire la nature de la suite (V_n).

d) Exprimer en fonction de n le capital de Pierre au 1er janvier de l'an 2010 + n.

3.a) Déterminer U_3 et U_4.

b) En déduire à partir de quelle année Issa pourra –t-il acheter sa moto ?