

L'épreuve comporte deux exercices et un problème répartis sur deux pages.

Exercice 1 : (6 points)

Le plan (P) est rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{u}, \vec{v}) . On considère la courbe (γ) d'équation : $x^2 - y^2 = -1$.

1. Déterminer la nature et les éléments caractéristiques (demi distance focale, excentricité, sommets, foyers, axe focal, directrices et asymptotes) de (γ) . **2 pts**
2. Construire (γ) . **1 pt**
3. Soit α un réel appartenant à l'intervalle $]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[$.

On considère l'équation (E) : $-z^2 \cos^2 \alpha + z \sin 2\alpha - 2 + \cos^2 \alpha = 0$.

- a) Montrer que le discriminant de l'équation (E) est égal à $-4 \cos^2 \alpha$. **0,5 pt**
- b) Résoudre dans \mathbb{C} l'équation (E). **1 pt**
4. Soit M l'image dans le plan complexe de la solution de l'équation (E) dont la partie imaginaire est positive.
 - a) Vérifier que M est un point de (γ) . **0,5 pt**
 - b) Déterminer et représenter sur le même graphique la partie (γ') de (γ) décrite par M lorsque α décrit l'intervalle $]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[$. **1 pt**

Exercice 2 : (4 points)

On considère le polynôme $p(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6$.

1. Déterminer $p(1)$. **0,5 pt**
2. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $p(x) = 0$. **1 pt**
3. En déduire dans \mathbb{R} la résolution de l'équation :
 $\ln^3 x + 4 \ln^2 x = -\ln x + 6$. **0,75 pt**
4. Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation $p(x) > 0$. **0,75 pt**
5. En déduire dans \mathbb{R} l'ensemble solutions de l'inéquation
 $\ln^3 x + 4 \ln^2 x + \ln x - 6 > 0$. **1 pt**

Problème : (10 points)

Le plan est rapporté à un repère orthogonal (O, \vec{i}, \vec{j}) (unités graphiques 2 cm sur l'axe des abscisses et 1 cm sur l'axe des ordonnées).

Partie A

On considère l'équation différentielle (E) : $y'' - 2y' + y = 0$.

1. Résoudre sur \mathbb{R} l'équation différentielle (E). **0,5 pt**
2. Soit g la solution de (E) telle que :
 - La courbe représentative de g passe par le point $I(0; -4)$
 - La tangente à la courbe représentative de g au point I soit perpendiculaire à la droite d'équation $y = \frac{1}{2}x - 1$.
 Déterminer explicitement la fonction g . **1,5 pt**

Partie B

Soient f la fonction définie par $f(x) = (2x - 4)e^x$ et (C) sa courbe représentative

1. a) Déterminer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$. 1 pt
 b) Calculer la limite de $\left(\frac{2x-4}{x}\right)e^x$ en $+\infty$ et interpréter graphiquement le résultat. 1 pt
2. Calculer la dérivée f' de f et étudier les variations de f . 1,5 pt
3. Dresser le tableau de variations de f . 0,75 pt
4. Construire (C) (on prendra $e \cong 2,7$). 1,5 pt
5. On note $A(\alpha)$ l'aire du domaine du plan limité par l'axe des ordonnées, l'axe des abscisses, la courbe (C) et la droite d'équation $x = \alpha$ où α est un réel strictement négatif. Soit F la fonction définie sur \mathbb{R} par $F(x) = (2x - 6)e^x$.
 a) Montrer que la fonction F est une primitive de f sur \mathbb{R} . 0,75 pt
 b) Déterminer en cm^2 , $A(\alpha)$ en fonction de α . 1 pt
 c) Déterminer la limite de $A(\alpha)$ lorsque α tend vers $-\infty$. 0,5 pt

www.orniformation.com