

Cette épreuve est constituée de deux exercices et d'un problème étalés sur deux pages que chaque candidat essayera de tout traiter.

Exercice 1 : (5 points)

La conductivité molaire y (en $S \cdot mol^{-1}/m^3$) d'une solution de chlorure de potassium dépend de sa concentration x (en mol/dm^3). Une série de mesures effectuées a donné les résultats suivants :

Valeurs x_i de x	0,045	0,071	0,126	0,141	0,155
Valeurs y_i de y	0,0145	0,0135	0,0130	0,0125	0,0120

- 1) - Représenter le nuage de points associé à cette série statistique : prendre 1 cm pour $10^{-2} mol/dm^3$ en abscisses et $10^{-3} S \cdot mol^{-1}/m^3$ en ordonnées.
- Un ajustement affine peut-il être justifié ? (2pts)
- 2) Donner une équation de la droite de régression de y en x . (2pts)
(Pour les calculs, on prendra des arrondis d'ordre 6).
- 3) Donner une estimation de la concentration de la solution correspondant à une conductivité molaire de $14,8 \times 10^{-3} S \cdot mol^{-1}/m^3$. (1pt)

Exercice 2 : (4 points)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé usuel $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$. A et B sont des points d'affixes $z_A = 2i$ et $z_B = 4 + 2i$.

- 1) Faire une figure avec les points O, A, B, F et D tels que $\vec{OA} = \vec{BD}$ et F milieu de $[AB]$. On précisera les coordonnées du point D . (1,25pt)

- 2) Soit (Σ) le lieu des points M du plan situés à égale distance de F et de l'axe des abscisses.

Préciser la nature de (Σ) .

Déterminer graphiquement trois points de (Σ) à coordonnées entières et construire (Σ) sur la figure précédente. (1,5pt)

- 3) Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $z^2 - (4 + 4i)z + (2i)(4 + 2i) = 0$. (1,25pt)

Problème : (11 points)**Partie A : (4 points)**

- 1) Déterminer la solution f de l'équation différentielle $y' = y \ln(0,6)$ dont la courbe (C_f) dans un repère passe par le point de coordonnées $\begin{pmatrix} 1 \\ 0,6 \end{pmatrix}$. (1pt)

- 2) Résoudre dans \mathbb{R} , l'inéquation $(0,6)^x < 10^{-3}$. (0,5pt)

- 3) Un fabricant de plaques isolantes phoniques indique que la pose d'une couche de ses plaques absorbe 40 % de l'intensité du son exprimée en décibels (db).

Soit I_0 l'intensité initiale non nulle du son émis dans une salle par une source et I_n l'intensité sonore dans la salle voisine après la pose de n couches de ces plaques. n étant un entier naturel non nul.

- a) Déterminer I_1 en fonction de I_0 . (0,5pt)
- b) Démontrer que $I_n = 0,6 I_{n-1}$ et en déduire une expression de I_n en fonction de n et de I_0 . (1pt)
- c) À partir de combien de couches de ces plaques posées, est-on sûr que l'intensité sonore dans la salle voisine est inférieure au millième de l'intensité sonore initiale émise ? (1pt)
(Noter que I_0 est strictement positif).

Partie B : (7points)

Soit g une fonction de \mathbb{R} vers \mathbb{R} avec $g(x) = -x \ln(0,6) + (0,6)^x$.

- 1) Démontrer que pour x appartenant à \mathbb{R} , on a $g'(x) = \ln(0,6) [-1 + e^{x \ln(0,6)}]$. (0,5pt)
- 2) a) Démontrer que $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = +\infty$. (0,25pt)
b) Déterminer la limite de g en $+\infty$. (0,25pt)
- 3) Dresser le tableau de variations de g . (1pt)
- 4) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} [g(x) + x \ln(0,6)]$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{g(x)}{x}$. (1pt)
Conclure
- 5) Tracer avec soin la courbe (C_g) de g dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$. On prendra 2 cm pour unité. (1,5pt)
- 6) Calculer l'aire \mathcal{A} en cm^2 de la portion du plan délimitée par (C_g) et les droites d'équations $y = -x \ln(0,6)$; $x = 0$ et $x = 2$. (1pt)
- 7) Une entreprise produit des plaques isolantes phoniques. Une étude a permis de constater que si x est le nombre d'années après la création de cette entreprise, alors son capital (en dizaines de millions de francs) est $h(x) = g(x - 2)$.
- a) Dresser le tableau de variation de h . (On vérifiera que h n'est croissante que sur l'intervalle $[2; +\infty[$). (0,75pt)
- b) Donner le capital initial de cette entreprise (à 5 francs près) et indiquer la période de récession où le capital n'a cessé de baisser. (0,75pt)