MINISTERE DES ENSEIGNEMENTS SECONDAIRES
Office du Baccalauréat du Cameroun

Examen : BT IND Session : 2018
Série/Spécialité : MA, MF/CM, MEB, IB
GT-BIJO EF, MEM, MHB, MISE
Epreuve : Mathématiques
Durée : 3 heures Coefficient : 3

L'épreuve comporte deux exercices et un problème répartis sur deux pages.

EXERCICE 1 : (5 points)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{u};\ \vec{v})$ direct d'unités graphiques 1 cm.

1. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - 4i\sqrt{3}\,z - 16 = 0$. **1pt**

2. On considère les points P et Q d'affixes respectives $p = 2 + 2i\sqrt{3}$ et $q = -2 + 2i\sqrt{3}$.

a) Ecrire chacun des nombres p et q sous la forme trigonométrique. **1pt**

b) Ecrire le nombre $\frac{q}{p}$ sous la forme exponentielle et en déduire la nature du triangle OPQ. **1pt**

3. On désigne par f la transformation qui à tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe z' telle que $z' = e^{i\frac{\pi}{3}}z$.

a) Déterminer l'affixe de R, image du point P par f. **0,5pt**

b) Montrer que f admet un unique point invariant dont on précisera l'affixe. **0,75pt**

4. Représenter les points P et R dans le repère $(O;\vec{u};\ \vec{v})$. **0,75pt**

EXERCICE 2 : (4 points)

Au 1er janvier de l'année 2014, une société de transport de marchandises opérant dans la zone CEMAC dispose d'un stock de 1500 m^3 de carburant. D'après les résultats d'une étude, 10 % du stock du carburant est utilisé au cours de chaque année. Pour ajuster son stock à ses besoins, la société achète 100 m^3 de carburant le 1er janvier de chaque année suivante. Pour tout entier naturel n, on désigne par u_n le stock (en m^3) du carburant de la société au 1er janvier de l'année $2014 + n$ après l'achat de 100 m^3 de carburant ($n \in IN^*$). On donne $u_0 = 1500$.

1. Calculer u_1 et u_2. **0,5pt**

2. Montrer que $u_{n+1} = 0{,}9u_n + 100$. **0,75pt**

3. Pour tout entier nature n, on pose $v_n = u_n - 1000$.

a) Calculer v_0 et v_1 . **0,5pt**

b) Montrer que (v_n) est une suite géométrique. **0,75pt**

c) Exprimer v_n en fonction n. **0,5pt**

d) En déduire que $u_n = 500 \times (0{,}9)^n + 1000$. **0,5pt**

4. Calculer le stock (en m^3) de carburant de cette société au 1er janvier de l'année 2022 après l'achat de 100 m^3 de carburant. (Donner l'arrondi du résultat à l'entier près). **0,5pt**

PROBLEME **: (11 points)**

Partie A : (2,5 points)

On considère la fonction g définie sur IR par $g(x) = 2e^x + 2x + 4$.

1. Calculer les limites de g en $-\infty$ et en $+\infty$. **0,5pt**

2. Etudier les variations de g sur IR. **1pt**

3. Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α appartenant à l'intervalle $]-2{,}2\,;\,-2{,}1[$. **0,5pt**

4. En déduire le signe de $g(x)$ sur $]-\infty\,;\,\alpha[$ et sur $]\alpha\,;\,+\infty[$. **0,5pt**

Partie B: (8,5 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O,\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath})$ d'unités graphiques 2 cm.

On considère la fonction h définie de IR vers IR par $h(x) = \frac{(x+1)e^x}{e^x+1}$, (C_h) la courbe représentative de h dans le repère $(O,\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath})$.

1. Vérifier que $h'(x) = \frac{e^x g(x)}{2(e^x+1)^2}$ pour tout x appartenant à IR et en déduire les variations de h sur son ensemble de définition. **1,25pt**

2. Montrer que $h(\alpha) = \alpha + 2$ et en déduire un encadrement de $h(\alpha)$. **1pt**

3. Déterminer une équation de la tangente (T) à la courbe (C_h) en son point d'abscisse 0. **0,5pt**

4. Calculer la limite de h en $-\infty$ et donner une interprétation géométrique du résultat. **0,75pt**

5. Calculer la limite de h en $+\infty$ puis montrer que la droite (D) d'équation $y = x + 1$ est asymptote oblique à (C_h) en $+\infty$. **1,25pt**

6. Etudier la position relative de (C_h) par rapport à son asymptote oblique (D). **0,75pt**

7. Reproduire et compléter le tableau suivant (arrondir les résultats au dixième près). **1pt**

x	-2	-1	0	1
$h(x)$				

8. Tracer la courbe (C_h), la tangente (T) et l'asymptote (D). **2pts**