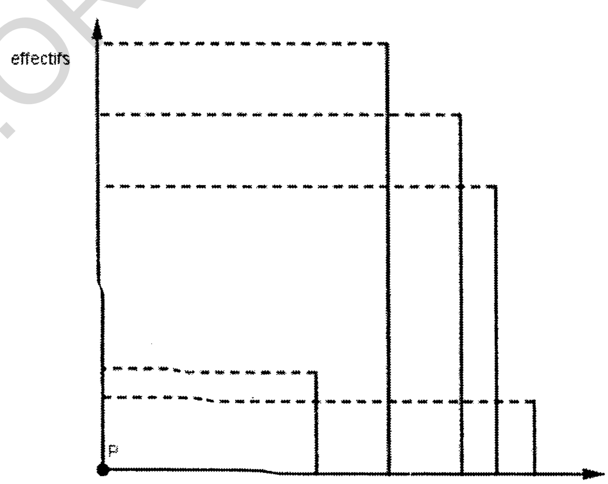
Corrigé de *Mathématiques*
BEPC – 2017

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES
Exercice 01

1. Vérifions que $(x+1)(2x+3) = 2x^2+5x+3$.
   On a $(x+1)(2x+3) = 2x^2+3x+2x+3 = 2x^2+5x+3$
   D'où l'égalité $(x+1)(2x+3) = 2x^2+5x+3$
2. Déduisons-en la factorisation de $A(x)$
   On a
   $$\begin{aligned} A(x) &= 2x^2+5x+3-(2x+3)(4x-2) \\ &= (x+1)(2x+3)-(2x+3)(4x-2) \\ &= (2x+3)[(x+1)-(4x-2)] \\ &= (2x+3)(x+1-4x+2) \\ &= (2x+3)(-3x+3) \end{aligned}$$
   D'où $A(x) = (2x+3)(-3x+3)$ ou $A(x) = 3(2x+3)(-x+1)$

Exercice 02

1. Effectif total des élèves :
   On a $3+25+22+18+2=70$
   L'effectif total des élèves est donc 70
2. Le mode : Le mode est 14 (Puisque c'est la modalité ayant le plus grand effectif)
3. Diagramme à bâtons



Exercice 03

$\boxed{1}$ Ecriture de A et B sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b des entiers

On a : $A = -4\sqrt{3}+\sqrt{48}-\sqrt{27}B = \dfrac{7\sqrt{20}}{\sqrt{2}} = \dfrac{7\sqrt{10\times 2}}{\sqrt{2}} = \dfrac{7\sqrt{10}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 7\sqrt{10}$ ou $\sqrt{490}$

$= -4\sqrt{3}+\sqrt{2^4\times 3}-\sqrt{3^3}$

$= -4\sqrt{3}+4\sqrt{3}-3\sqrt{3}$

$= -3\sqrt{3}$ ou $-\sqrt{27}$

Conclusion : $A = -3\sqrt{2}....$ et $B = 7\sqrt{10}...$

$\boxed{2}$ a. Comparaison des nombres 3 et $2\sqrt{3}$

On a : $3^2 = 9; (2\sqrt{3})^2 = 4\times 3 = 12$: D'où $3^2 < (2\sqrt{3})^2$ et comme $3 \geq 0, 2\sqrt{3} \geq 0$, on conclut que $3 < 2\sqrt{3}$.

b. Écriture de C sous la forme $a+b\sqrt{c}$.

On a $C = (3-2\sqrt{3})^2 = (3)^3 - 2(3)(2\sqrt{3}) + (2\sqrt{3})^2$

$= 9 - 12\sqrt{3} + 12$

$= 21 - 12\sqrt{3}$

D'où $C = 21 - 12\sqrt{3}$

c. Déduisons-en que $\sqrt{21-12\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}-3$

$1^{ère}$ méthode

On a $\sqrt{21-12\sqrt{3}} \geq 0$ et $2\sqrt{3}-3 \geq 0$ voir 2.a)

et comme $\left(\sqrt{21-12\sqrt{3}}\right)^2 = 21-12\sqrt{3}$ et $(2\sqrt{3}-3)^2 = 21-12\sqrt{3}$.

on conclut que $\sqrt{21-12\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}-3$

2^e méthode : on a $\sqrt{21-12\sqrt{3}} = \sqrt{(2\sqrt{3}-3)^2} = |2\sqrt{3}-3| = 2\sqrt{3}-3$ car $2\sqrt{3}-3 > 0$

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES

Exercice 01

$\boxed{1}$ a. Déterminons $mes\widehat{CBO}$.

$[BC]$ est une corde du cercle donné.

$\widehat{CAB}$ est un angle aigu inscrit d'angle au centre associé $\widehat{COB}$.

Comme $mes\widehat{CAB} = 36°$, on a $mes\widehat{COB} = 2mes\widehat{CAB} = 2(36°) = 72°$

Conclusion : $mes\widehat{COB} = 72°$.

b. Déduisons-en que $mes\widehat{OCB} = mes\widehat{CBO} = 54°$

- On a B et C sur le cercle de centre O.
  D'où $OB = OC$. OBC est alors un triangle isocèle en O
- De $mes\widehat{COB} + mes\widehat{CBO} + mes\widehat{OCB} = 180°$, on en déduit $72° + mes\widehat{CBO} = 180°$. Ce qui donne $mes\widehat{CBO} = \dfrac{180° - 72°}{2} = \dfrac{108°}{2} = 54°$.
- Conclusion : $mes\widehat{OCB} = mes\widehat{CBO} = 54°$

$\boxed{2}$ Calcul de $mes\widehat{BDE}$.

$[BD]$ est une corde du cercle tracé.

$\widehat{BED}$ est un angle obtus inscrit dans ce cercle et l'angle associé au centre $\widehat{BOD}$.

D'où $mes\widehat{BED} = 180° - \dfrac{mes\widehat{BOD}}{2} = 180° - 65° = 115°$

Conclusion $mes\widehat{BED} = 115°$

Exercice 02

$\boxed{1}$ a. Montrons que $AE = 2cm$

Considérons le triangle CAE et le fait que (BE) est parallèle à (AE) avec B et F respectivement sue les côtés $[CA]$ et $[CE]$

La propriété de Thalès ou plus précisément sa conséquence donne $\frac{CA}{CB} = \frac{AE}{BE}$

D'où $AE = 2cm$ puisque $CA = 3cm$; $CB = 1cm$ et $BF = \frac{2}{3}cm$. Conclusion : $AE = 2cm$

b. Déduisons-en que le volume V de cone est $2{,}56cm^2$

On a $V = \frac{1}{3} \times \pi AE^2 \times AC$ (avec $(AE) \perp (AC)$)

$= \frac{1}{3} \times 3{,}14 \times 2^2 \times 3cm^2$

$= 12{,}56cm^3$; Conclusion : $V = 12{,}56cm^3$

c. Calcul de CE (en centimètre)

Considérons le triangle rectangle CAE en A :

De la propriété de Pythagore, on a $CE^2 + AE^2 = 3^2 + 2^2 = 13$ d'où $CE = \sqrt{13}$.

$\boxed{2}$ Calcul du volumeV_1 du tronc de cône issu de la coupe.

On a V_T = volume du grand cône - volume du petit cône

$= V - K^3V$ avec $K = \frac{CB}{CA} = \frac{1}{3}$ (coefficient de réduction)

$= \left[12{,}56 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 (12{,}56)\right] cm^3$

$= \left[12{,}56 - \frac{12{,}56}{27}\right] cm^3$

$= \frac{8164}{675} cm^3 = 12{,}09cm^3$

Conclusion : Le volume demandé est $\frac{8164}{675}cm^3$ soit environs $12{,}09cm^3$ (au 100^e près).

PROBLEME

$\boxed{1}$ a. Coordonnées de A et B

On a A(3,5) et B(8,1)

b. Déduisons-en que $\overrightarrow{AB} = 5\vec{i} - 4\vec{j}$ et $\overrightarrow{AC} = 3\vec{i} - 3\vec{j}$

On a $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A)\vec{i} + (y_B - y_A)\vec{j} = (8-3)\vec{i} + (1-5)\vec{j} = 5\vec{i} - 4\vec{j}$

et $\overrightarrow{AC} = (x_C - x_A)\vec{i} + (y_C - y_A)\vec{j} = (6-3)\vec{i} + (2-5)\vec{j}$ avec C(6,2)

d'où l'égalité $\overrightarrow{AC} = 3\vec{i} - 3\vec{j}$ attendue.

$\boxed{2}$ a. Justifions que la droite (AB) a pour équation cartésienne $4x + 5y - 37 = 0$ soit M(x,y) sur la droite (AB)

On a $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x - 3 \\ y - 5 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 5 \\ -4 \end{pmatrix}$ colinéaires.

c'est-à-dire $(x-3)(-4) - (y-5)(5) = 0$

c'est-à-dire $-4x - 5y + 37 = 0$ ou encore $4x + 5y = -37$

Conclusion : La droite (AB) a pour équation $4x + 5y = -37$

b. Équation cartésienne de la droite (AC)

Soit M(x,y) sur la droite (AC) ; On a $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x - 3 \\ y - 5 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 3 \\ -3 \end{pmatrix}$ colinéaires.

c'est-à-dire $(x-3)(-3) - (y-5)(3) = 0$

c'est-à-dire $-3x - 3y + 24 = 0$

(AC) a dont pour équation cartésienne $-3x - 3y + 24 = 0$ ou encore $x + y - 8 = 0$

$\boxed{3}$ a. Justifions qu'on a $\begin{cases} 4x + 5y - 37 = 0 \\ x + y - 8 = 0 \end{cases}$

D'après les données, nous avons $\begin{cases} 4000x + 5000y = 37000 \\ x + y = 8 \end{cases}$ d'où $\begin{cases} 4x + 5y - 37 = 0 \\ x + y - 8 = 0 \end{cases}$

b. Déduisions de la figure le nombre x de casiers de jus et le nombre y de casier de bières.

D'après les question 3.a) et 2), (x,y) sont les coordonnées du point d'intersection A des droites (AB) et (AC). D'où (x,y) = (3,5)

Conclusion : 3 casiers de jus ont été achetés contre 5 de bières.

c. Retrouvons les résultats précédents par résolution de (S)

On a $\begin{cases} 4x+5y-37=0 \\ x+y-8=0 \end{cases}$ (S)

D'où $\begin{cases} y=8-x \\ 4x+5(8-x)=37 \end{cases}$ c'est-à-dire $\begin{cases} y=8-x \\ y=-x+40=37 \end{cases}$ C'est-à-dire $\begin{cases} x=3 \\ y=8-3=5 \end{cases}$

Ce qui donne le résultat précédent.