

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

EXERCICE 1 4 points

1. Résoudre dans IR^2 le système suivant :
$$\begin{cases} \frac{1}{x+2} + 2\frac{1}{y-1} = 5 \\ 3\frac{1}{x+2} + \frac{1}{y-1} = 5 \end{cases}$$
 2 pts

2. Résoudre dans IR^3 par la méthode de pivot de GAUSS le système suivant :
$$\begin{cases} 3x + y + z = 8 \\ x + y - 2z = 7 \\ 2x - y + z = 0 \end{cases}$$
 2pts

EXERCICE 2 4,5 points

Soit m un nombre réel. On considère l'équation $(E_m): (2 - m)x^2 - 3x + 1 - 2m = 0$.

1. Résoudre (E_2) . 0,5pt
2. Pour $m \neq 2$. On pose Δ_m le discriminant du polynôme $P_m(x) = (2 - m)x^2 - 3x + 1 - 2m$.
 - a) Déterminer suivant les valeurs de m le nombre de solutions de (E_m) . 2pts
 - b) Exprimer en fonction de m le produit P et la somme S des racines lorsqu'elles existent. 1pt
 - c) Déterminer les valeurs de m pour que (E_m) admette deux solutions de signes contraires. 0,5pt
 - d) Déterminer les valeurs de m pour que (E_m) admette deux solutions positives. 0,5 pt

EXERCICE 3 5,5 points

Soit f la fonction polynôme définie par : $f(x) = -4x^3 + ax^2 + bx + c$ où a, b et c sont des nombres réels.

1. Déterminer a, b et c sachant que -1 et 2 sont des racines de $f(x)$ et que la courbe de f passe par le point $A(0; 4)$.
2. Montrer que $f(x) = 2(x + 1)(-2x^2 + 3x + 2)$. 1pt
3. Résoudre l'équation $f(x) = 0$ puis l'inéquation $f(x) < 0$. (1,5+1)pts

EXERCICE 4 6 points

On donne trois points A, B et C fixes non alignés du plan et un point M variable du plan.

1. Montrer que le $2\vec{MA} - \vec{MB} - \vec{MC}$ est un vecteur indépendant du point M . 0,5pt
2. Montrer que $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = 3\vec{MG}$ où G est le centre de gravité du triangle ABC . 0,5pt
3. a) Montrer que l'ensemble (C') des points M du plan tel que $(\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}) \cdot \vec{MA} = 0$ est un cercle que l'on caractérisera. 1pt
b) Montrer que l'ensemble (C) des points M du plan tels que $\|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}\| = \|2\vec{MA} - \vec{MB} - \vec{MC}\|$ est un cercle dont on précisera le centre et le rayon. 1pt
4. Dans cette question, le plan est muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

On suppose $A(1; 2)$, $B(1; 3)$ et $C(2; 2)$.

- a) Montrer que les points A, B et C sont non alignés. 1pt
- b) Déterminer les coordonnées du centre de gravité G du triangle ABC . 0,5pt
- c) Donner une équation cartésienne et une représentation paramétrique du cercle (C) . 1pt
- d) Déterminer une équation du cercle (C) . 0,5pt