MINESEC
Lycée TSF MONGO Joseph
Département de Mathématiques

Année scolaire : 2017-2018
Classe : $P^{re}D$ Durée : 3 heures
Séquence 3 Janvier 2018
Coefficient : 04

Épreuve de Mathématiques

Le correcteur tiendra compte de la rigueur dans la rédaction et de la clarté de la copie.

EXERCICE 1 **[3pts]**

1. Déterminer la mesure principale des angles suivants : $\frac{-129\Pi}{5}$; $\frac{57\Pi}{4}$. **(1 pt)**
2. Exprimer $cos(2x)$ en fonction de $cosx$, puis en fonction de $sinx$. **(1 pt)**
3. Déterminer $cos\frac{\Pi}{12}$ et $sin\frac{\Pi}{12}$. **(1 pt)**
   (On pourra utiliser 2.)

EXERCICE 2 **[3pts]**

1. Montrer que $(2+2\sqrt{3})^2 = 16+8\sqrt{3}$. **(0,25 pt)**
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $(E) : 4x^2-(2-2\sqrt{3})x-\sqrt{3}=0$. **(0,75 pt)**
3. En déduire dans l'intervalle $[0;2\Pi]$ la solution de l'équation :
   $(E') : 4cos^2x-(2-2\sqrt{3})cosx-\sqrt{3}=0$. **(1 pt)**
4. Placer les images des solutions de l'éqution (E') sur le cercle trigonométrique. **(1 pt)**

EXERCICE 3 **[4pts]**

$ABCD$ étant un rectangle tel que $AB=6$ et $AD=8$.

1. Construire le barycentre G de $(A;1)$; $(B;3)$; $(C;3)$ et $(D;1)$. **(0,5 pt)**
2. I et J étant des milieux respectifs de $[BC]$ et $[AD]$;
   démontrer que les points I, J et G sont alignés. **(1 pt)**
3. Calculer GA^2, GB^2, GC^2 et GD^2. **(1 pt)**
4. Montrer que $MA^2+3MB^2+3MC^2+MD^2 = 8MG^2+GA^2+3GB^2+3GC^2+GD^2$. **(0,5 pt)**
5. Déterminer l'ensemble des points M du plan tels que $MA^2+3MB^2+3MC^2+MD^2=310$. **(1 pt)**

Problème **[10pts]**

Le problème comporte deux parties A et B.

Partie A **[4,5pts]**

Le plan est muni d,un repère orthogonal. On considére la fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$; $x \mapsto sin(-2x+\frac{\Pi}{6})$.

1. Démontrer que f est une fonction périodique de période Π. **(0,5 pt)**
2. f' est la fonction dérivée de f. Vérifier que sur l'intervalle $[0;\Pi]$, $\frac{\Pi}{3}$ et $\frac{5\Pi}{6}$ sont les deux solutions de l'équation : $f'(x)=0$. **(1 pt)**
3. Étudier le signe de $cos(-2x+\frac{\Pi}{6})$ dans chacun des cas suivants :
   $x \in [0;\frac{\Pi}{3}]$; $x \in [\frac{\Pi}{3};\frac{5\Pi}{6}]$; $x \in [\frac{5\Pi}{6};\Pi]$. **(1,5 pts)**

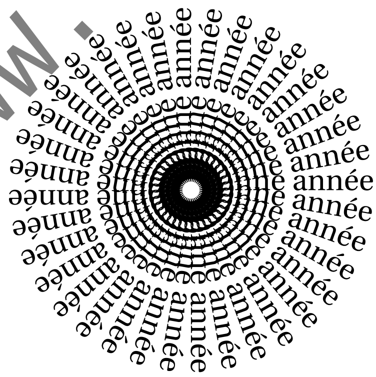
4. En déduire le sens de variation de la restriction à $[0;\Pi]$ de la fonction f. Donner son tableau de variation.
   Calculer $f(0)$ et $f(\Pi)$. **(1,5 pts)**

Partie B **[5,5pts]**

Le plan est muni du repère orthonormé (O, I, J).
On considère la fonction rationnelle f définie par $f(x) = \frac{3x^2+ax+b}{x^2+1}$.

1. Déterminer l'ensemble de définition de f. **(0,25 pt)**
2. Déterminer les nombres réels a et b pour que la courbe $(\mathscr{C}_f)$ de f soit tangente au point A d'abscisse 0 à la droite d'équation $y = 4x + 3$. **(1 pt)**
3. Pour les valeurs de a et b trouvées à la question 2.,
   démontrer que pour tout réel x, $f(x) = 3 + \frac{4x}{x^2+1}$. **(0,5 pt)**
4. Calculer les limites de la fonction f aux bornes de son ensemble de définition et en déduire la nature de l'asymptote à la représentation de f. **(0,75 pt)**
5. Démontrer que le point $I(0;3)$ est centre de symétrie de $(\mathscr{C}_f)$. **(0,5 pt)**
6. Calculer la dérivée f' de la fonction f, étudier le signe de sa dérivée puis en déduire le sens de variation de la fonction f.
   Donner son tableau de variation. **(1,5 pts)**
7. Constuire $(\mathscr{C}_f)$, les asymptotes et la tangente en A à $(\mathscr{C}_f)$ dans le repère orthonormé (O, I, J). **(1,5 pts)**

EXAMINATEUR : Département de Mathématiques.



«Ce n'est pas parce que les choses sont difficiles que nous n'osons pas, c'est parce que nous n'osons pas qu'elles sont difficiles : Disait SENEQUE»