

DEVOIR SURVEILLE DE MATHÉMATIQUES N° 3**Exercice 1 : Questions à choix multiples Q.C.M [3pts]**

Pour chacune des questions, 3 (trois) réponses vous sont proposées, choisir le chiffre suivi de la lettre correspondante à la bonne réponse. Aucune justification n'est demandée.

Questions	Réponses		
	a	b	c
1. L'équation $\sqrt{3x^2 - 11x + 21} = 2x + 3$ a pour solution :	$S = \{4\}$	$S = \{-3, 4\}$	$S = \emptyset$
2. Si $x \in [0, \frac{\pi}{2}[$ tel que $\cos x = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$ alors $\cos 2x$ est égale à :	$\sqrt{2 + \sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2}$
3. On donne $f(x) = 2x + 1$ et $g(x) = x^2 - 2$. $g \circ f(1)$ vaut :	-1	-5	7
4. A et B sont deux points distincts. I est le milieu de $[AB]$. G est le barycentre de $(A, -1)$ et $(B, 3)$. L'ensemble des points M du plan tels que $\ -\vec{MA} + 3\vec{MB}\ = \ \vec{MA} - \vec{MB}\ $ est :	La médiatrice du segment $[GI]$	Le cercle de diamètre $[GI]$	L'ensemble vide \emptyset

Exercice 2 : [4,5pts]

1) Déterminer les valeurs exactes de $\sin\left(\frac{17\pi}{3}\right)$ et $\cos\left(-\frac{193\pi}{4}\right)$ [1pt]

2) Sachant que $\frac{7\pi}{12} = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{3}$ Déterminer les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)$ [1pt]

3) a) Prouver que pour tout réel x tel que $\tan x$ soit défini, on a :

$$\cos 2x = \frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x} \quad \sin 2x = \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x} \quad [1,5pt]$$

b) Dédire une expression de $\tan 2x$ en fonction de $\tan x$ [0,5pt]

c) Sachant que $\frac{\pi}{4} = 2 \frac{\pi}{8}$ Prouver en utilisant la question précédente que $\tan \frac{\pi}{8}$ est solution de l'équation $x^2 + 2x - 1 = 0$. [0,5pt]

Exercice 3 : [2.5pts]

On considère la fonction de la variable numérique h définie par $h(x) = \frac{2x+3}{x-1}$

1) a) Donner le domaine de définition D de h sous forme de réunion d'intervalles. [0,5pt]

b) Déterminer deux réels a et b tels que $\forall x \in D, h(x) = a + \frac{b}{x-1}$ [0,5pt]

c) Prouver que le point $\Omega(1, 2)$ est centre de symétrie pour la courbe de h [0,5pt]

2) On suppose que $2 \leq x \leq 3$. Montrer que $\frac{9}{2} \leq h(x) \leq 7$. Que peut-on en déduire ? [1pt]

Problème : [10pts]

Ce problème comporte deux parties indépendantes.

Partie A : [4.5pts]

1) a) Prouver que pour tout réel x , $\sin 2x = 2 \cos x \sin x$ [0,5pt]

b) Résoudre dans l'intervalle $[0, 2\pi]$, l'équation $\cos x \sin x = \frac{\sqrt{3}}{4}$ [1pt]

2) On considère l'équation (E) $2x^2 - (2 + \sqrt{2})x + \sqrt{2} = 0$

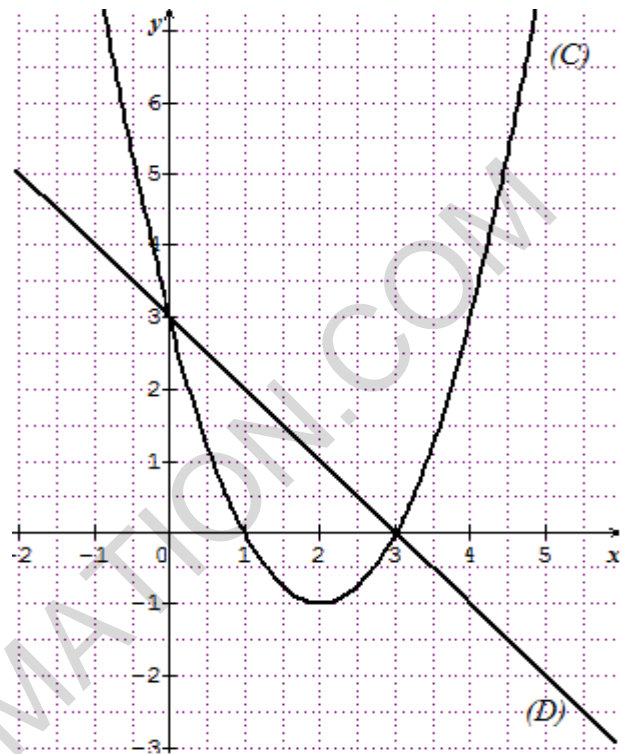
- a) Calculer $(2 - \sqrt{2})^2$ sous la forme $a + b\sqrt{2}$ où a et b sont des entiers [0,25pt]
- b) Résoudre dans \mathbb{R} , l'équation $2x^2 - (2 + \sqrt{2})x + \sqrt{2} = 0$ [0,75pt]
- c) Dédire la résolution dans $] -\pi, \pi[$ de l'équation (E). [1,25pt]
- d) Placer les points images solutions sur le cercle trigonométrique. Quelle est la nature du polygone obtenu ? [0,75pt]

Partie B : [5.5pts]

On considère les courbes (C) et (D) ci-contre qui sont celles d'une fonction f définies sur \mathbb{R} et d'une droite (D).

Par lecture graphique :

- 1) a) Déterminer $f(0)$, $f(2)$ et $f(3)$ [0,75pt]
- b) Trouver les antécédents de 0 par f [0,5pt]
- 2) Résoudre les équations et inéquations :
 - a) $f(x) = 3$ b) $f(x) \leq 0$ c) $0 \leq f(x) \leq 3$ [0,75pt]
- 3) Déterminer les coordonnées des points d'intersection entre (C) et (D) [0,5pt]
- 4) Donner le sens de variation de f [0,5pt]
- 5) On suppose dans cette partie que $f(x) = ax^2 + bx + c$ et (D) : $y = ax + \beta$
 - a) En utilisant la question 1) a), montrer que (a, b, c) vérifie le système : (S) $\begin{cases} 4a + 2b + c = -1 \\ 9a + 3b + c = 0 \\ c = 3 \end{cases}$ [0,75pt]
 - b) Résoudre (S) et déduire les valeurs de a, b et c [0,75pt]
 - c) Quel est le signe de α ? justifier [0,5pt]
 - d) Déterminer les valeurs de α et β [0,5pt]



« Espérons que quelques morceaux de poulets n'ont pas »