

EVALUATION DE FIN DE DEUXIEME SEQUENCE**EPREUVE DE MATHÉMATIQUES**

L'épreuve comporte 3 exercices et un problème. La qualité de la rédaction, la présentation et la clarté des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Exercice 1 : 5pts

Pour chacune des questions suivantes choisir la bonne réponse parmi celles proposées

NB : Bonne réponse 1pt; mauvaise réponse ou pas de réponse : - 0,5pt.

Le plan est muni d'un repère (O, \vec{i}, \vec{j})

- 1) On donne les points $A(-1; -3)$; $B(-1; 5)$ et $C(6; 4)$. Le centre du cercle circonscrit au triangle ABC est :
 - a) $O(\frac{5}{2}; \frac{9}{2})$
 - b) $O(1; 2)$
 - c) $O(2; 1)$
 - d) pas de réponse exacte
- 2) A et B sont deux points du plan euclidien; I est le milieu de [AB]; G le barycentre du système $\{(A, 3); (B, -1)\}$. L'ensemble des points M tels que : $\|3\vec{MA} - \vec{MB}\| = \|\vec{MA} + \vec{MB}\|$ est :
 - a) Le cercle de diamètre [GI]
 - b) l'ensemble vide
 - c) la médiatrice de [GI]
 - d) pas de réponse exacte
- 3) Le cercle d'équation $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 4$ et la droite (D) d'équation cartésienne $3x + 4y + 11 = 0$ sont :
 - a) Sécants
 - b) tangents
 - c) disjoints
 - d) pas de réponse exacte
- 4) ABC est un triangle équilatéral; I, J, K sont les milieux respectifs des segments [BC], [CA] et [AB]. $S_{(BC)}$ et $S_{(JK)}$ sont les symétries d'axes (BC) et (JK) respectivement. L'application $S_{(BC)} \circ S_{(JK)}$ est :
 - a) La translation de vecteur $2\vec{AI}$
 - b) la rotation de centre A
 - c) La translation de vecteur \vec{AI}
 - d) pas de réponse exacte
- 5) On donne les points $G(\frac{3}{2}; -\frac{1}{4})$, $A(3, 2)$, $B(3, -1)$ et $C(1; 1)$. Le couple de nombre réels (n, m) tel que G soit le barycentre des points $(A, -1)$; (B, n) et (C, m) est :
 - a) $(\frac{1}{2}, 3)$
 - b) $(2, 3)$
 - c) $(3, 2)$
 - d) $(2, 1)$
 - e) pas de réponse exacte

EXERCICE 2 (3,25pts)

Le plan est rapporté au repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$. On considère le point $K(2; 1)$; soit (C) le cercle d'équation $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 0$.

- 1) Soit (D_m) la droite passant par K et de coefficient directeur m; $M(x; y)$ un point appartenant à (D_m) et à (C).
 - a) Donner l'équation réduite de la droite (D_m) . 0,25pt
 - b) Montrons que x est solution de l'équation $(E_m) : (1+m^2)x^2 + (-4m^2 + 6m - 2)x + 4m^2 - 12m + 5 = 0$. 0,5pt
 - c) Vérifier que le discriminant de (E_m) est $\Delta_m = 8(2m^2 + 3m - 2)$ 0,5pt
 - d) Pour quelles valeurs de m l'équation (E_m) admet-elle une unique solution. 0,5pt
 - e) En déduire les équations des droites passant par K et tangentes à (C). 0,5p

EXERCICE 3 : 4,25pts

- I- ABCD et AEF G sont des carrés tels que $\text{mes}(\widehat{AE}; \widehat{AG}) = \text{mes}(\widehat{AB}; \widehat{AD}) = \frac{\pi}{2}$. r est la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$.
- Déterminer en justifiant, les points $r(A)$, $r(B)$, $r(E)$. 0,75pt
 - Démontrer que $DG = BE$. 0,5pt
 - Déterminer la mesure principale de l'angle orienté $(\widehat{BE}; \widehat{DG})$. 0,25pt
 - (C) est l'ensemble des points M du plan tels que $\overrightarrow{ME} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$.
 - Reconnaitre (C). 0,25pt
 - Quelle est l'image (C') de (C) par la rotation r . 0,75pt
 - Construire (C'). 0,25pt
- II- ABC est un triangle équilatéral de sens direct. On désigne par I, J et K les milieux respectifs des segment [BC]; [AB] et [AC]; G désigne le centre du cercle circonscrit à ABC. Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de $f = S_{JOT_{BC}}$; $g = S_{(IK)O}S_{(AC)}$ et $h = t_{AC} \circ t_{AB}$. 1,5pt

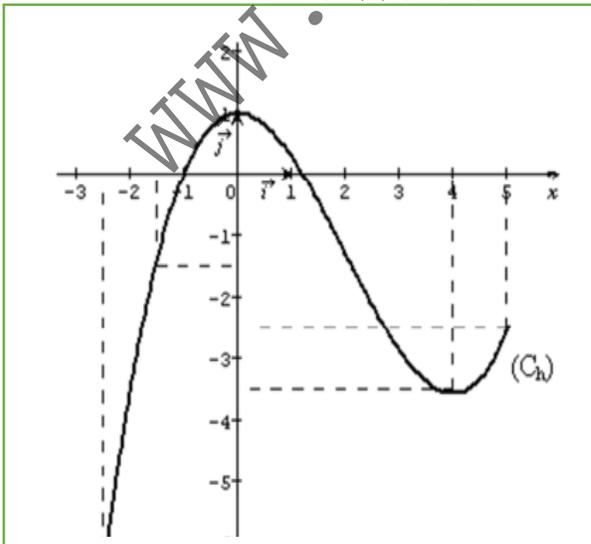
PROBLEME 7,5pts

A- On considère la fonction g définie de $]1; +\infty[$ vers $] -4; +\infty[$ par $g(x) = x^2 - 2x - 3$.

1) Démontrer que g est une bijection et déterminer sa bijection réciproque g^{-1} . 1pt

2) Soit $f : \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{-3}{2} \right\} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\}$ et $h : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{0\}$
 $x \mapsto \frac{x-1}{2x+3}$ et $x \mapsto \frac{-5}{4x}$ deux fonctions.

- f et g sont-elles des applications. Justifier votre réponse. 0,5pt
 - déterminer le domaine de définition de $f \circ h$ et calculer $(f \circ h)(x)$. 0,75pt
 - montrer que la courbe de f se déduit de la courbe de h par une transformation que l'on précisera. 0,75pt
 - construire (C_h) et (C_f) dans un même repère. 1pt (Échelle : suivant (OI) : 1 unité correspond à 1cm ; suivant (OJ) : 1 unité correspond à 2cm)
- B- la figure ci-dessous est la représentation graphique d'une fonction h dans un repère orthonormé (O, I, J) . (C_h)



- Déterminer graphiquement
 - le domaine de définition D_h de h . 0,5pt
 - $h(0)$; $h(4)$ et $h(-1)$. 0,75pt
 - les solutions : $h(x) = 0$; $h(x) \leq 0$; $h(x) > 1$. 0,75pt
 - le maximum et le minimum de h sur D_h . 0,5pt
- reproduire la courbe de h . 0,5pt
- sur le même graphique, construire la courbe de la fonction k telle que $k(x) = |h(x)|$. 0,5pt