

Cette épreuve étalée sur deux pages, est constituée de deux parties indépendantes.

PARTIE A : Évaluation des ressources (15 points)

Exercice 1 : (4 points)

L'unité des longueurs est le centimètre.

$ABCD$ est un rectangle de centre O , de dimension $AB = 6$ et $BC = 8$.

G est le centre de gravité du triangle ABC et I le milieu de $[AB]$.

- 1) Faire une figure. (1 pt)
- 2) Soit h une application du plan dans lui-même transformant chaque point M en un point M' tel que $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$.
 - a) Démontrer que h est une homothétie de centre G et de rapport -2 . (0,75 pt)
 - b) Quelle est l'image du point B par l'homothétie h ? (0,5 pt)
- 3) Soit (Σ) le lieu des points M du plan tels que $MA^2 - MB^2 = 36$.
 - a) Démontrer que le point C appartient à (Σ) . (0,5 pt)
 - b) Démontrer que (Σ) est une droite qu'on déterminera et qu'on représentera. (0,75 pt)
 - c) Déterminer et représenter l'image (Σ') de (Σ) par l'homothétie h . (0,5 pt)

Exercice 2 : (5 points)

On considère la fonction numérique f à variable réelle définie par l'expression

$$f(x) = \frac{2x+1}{1-x}$$

Le plan est rapporté au repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$. (C_f) est la courbe de f .

- 1) a) Justifier que l'ensemble D_f de définition de f est $]-\infty; 1[\cup]1; +\infty[$. Calculer les limites de f aux bornes de cet ensemble. (1,25 pt)
- b) Déterminer les équations des deux asymptotes à la courbe (C_f) . (0,5 pt)
- 2) Démontrer que le point $\Omega\left(\frac{1}{-2}\right)$ est un centre de symétrie à la courbe (C_f) . (0,5 pt)
- 3) Déterminer pour $x \neq 1$, $f'(x)$ et dresser le tableau de variation de f . (1 pt)
- 4) Tracer avec soin la courbe (C_f) . On placera le point d'intersection de (C_f) avec l'axe des abscisses. (1,25 pt)
- 5) On pose pour x appartenant à D_f , $g(x) = \frac{|2x+1|}{1-x}$. Représenter la courbe (C_g) de g . (0,5 pt)

Exercice 3 : (3 points)

Une suite (U_n) vérifie l'égalité $U_{n+1} = 2U_n - 2n + 1$ pour n appartenant à \mathbb{N} , avec $U_0 = 1$.

- 1) Calculer U_1, U_2, U_3 et conjecturer la valeur de U_{100} . (1,25 pt)
- 2) Soit k appartenant à \mathbb{N} .
Démontrer que si $U_k = 2k + 1$, alors on a $U_{k+1} = 2(k+1) + 1$. (0,75 pt)
- 3) On admet que (U_n) est une suite arithmétique
Calculer la somme $U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_n$ en fonction de n uniquement. (1 pt)

Exercice 4 : (3 points)

Un mois après le déclenchement de l'épidémie de COVID-19, un pays a dressé le tableau statistique des personnes infectées suivant des tranches d'âges (en années) dans le tableau statistique suivant :

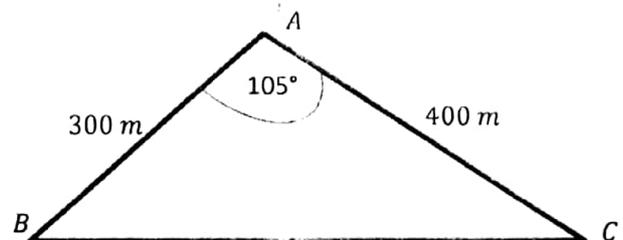
| Tranche d'âges (en années) | [0 ; 15[| [15 ; 20[| [20 ; 40[| [40 ; 60[| [60 ; 80[|
|--------------------------------|----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Effectif des individus touchés | 12 | 16 | 60 | 48 | 16 |

- 1) Déterminer l'âge moyen des individus touchés par cette épidémie. (0,5 pt)
- 2) Construire la courbe des effectifs cumulés croissants aussi appelé polygone des effectifs cumulés croissants. (1,5 pt)
- 3) Déterminer l'âge médian des personnes infectées au sein de la population. (0,5 pt)
- 4) Un groupe de deux individus avait été choisi parmi les individus de la tranche d'âges [20 ; 40[pour un traitement expérimental. De combien de façons pouvait-on effectuer un tel choix ? (0,5 pt)

PARTIE D : Évaluation des compétences (5 points)**Situation :**

ABOU habite la localité d'Edéa en bordure du fleuve Sanaga. Il a une vieille pirogue à moteur qui lui permet de se déplacer sur la Sanaga. Afin de ménager son moteur ou sa vieille boîte de vitesse, il se déplace chaque fois à vitesse constante pour tout déplacement de plus de 5 km à bord de cette pirogue. Pour un déplacement à vitesse constante v et pendant chaque heure, la consommation de carburant en litres de cette pirogue est $0,4 + 0,001v^2$.

Dans un village riverain de la Sanaga et situé à 40 km d'Edéa par voie fluviale, ABOU avait acheté un champ. Il voulait sécuriser ce champ en l'entourant de grillage. À bord de sa pirogue et à vitesse constante v , ABOU et son fils ABDEL s'étaient rendus dans ce champ afin de déterminer la longueur du grillage nécessaire pour cette sécurisation. Arrivé au champ, ABDEL a constaté que le champ a la forme d'un triangle ABC avec $AB = 300\text{ m}$ et $AC = 400\text{ m}$. N'ayant pas eu du temps pour mesurer le côté $[BC]$, ABDEL a mesuré l'angle en A de ce triangle tout en promettant à son père perplexe, la valeur exacte de BC une fois de retour à Edéa. (Voir figure ci-contre).



Pour le retour à Edéa, ABDEL a demandé à son père de diminuer sa vitesse de l'aller de 5 km/h et cette diminution leur a permis de réduire la consommation de carburant de l'aller de 4 cl.

Tâches

- 1) Déterminer la vitesse qu'ABOU aurait dû adopter d'Edéa au champ, pour avoir une consommation minimale de carburant à l'aller. (1,5 pt)
- 2) Déterminer la vitesse de la pirogue qu'avait adopté ABOU à aller. (1,5 pt)
- 3) Déterminer en mètres, la longueur exacte du grillage nécessaire pour entourer complètement le champ. (1,5 pt)

Présentation :

(0,5 pt)