



EPREUVE DE MATHÉMATIQUES

EXERCICE 1 / 5 points

1. Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $z^2 - 4iz - 5 = 0$. 1pt
2. Dans le plan affine euclidien muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , on définit les points F et F' de coordonnées respectives (1, 2) et (-1, 2).
 - a) Déterminer les coordonnées de F et F' dans le repère $(\Omega, \vec{i}, \vec{j})$ où Ω est le milieu du segment [FF']. Puis calculer la distance $FF' = 2c$ où $c \in \mathbb{R}_+$. 1pt
 - b) Soit (Γ) l'ensemble des points M du plan P vérifiant la relation $MF + MF' = 6$. Quelle est la nature de (Γ) ? Donner l'équation de (Γ) dans le repère $(\Omega, \vec{i}, \vec{j})$. Déterminer les foyers, les directrices et l'excentricité de (Γ) . 0,75pt
1,25pt
 - c) Construire (Γ) . 1pt

EXERCICE 2 / 4 points

L'espace est muni d'un repère affine orthonormé (O, I, J, K) . Soit M le point de coordonnées $(1, m, 2)$ et (S) la sphère de centre M et de rayon 3.

1. Donner une équation cartésienne de (S) en fonction du paramètre réel m. 1pt
2. Déterminer une équation cartésienne du plan (I, J, K) . 1pt
3. Calculer en fonction de m la distance du point M au plan (I, J, K) . 1pt
4. En déduire les valeurs de m pour lesquelles la sphère (S) est tangente au plan (I, J, K) . 1pt

PROBLEME / 11 points

Dans tout le problème, \ln désigne le logarithme népérien.

1. On considère la fonction numérique g de la variable réelle x définie par :

$$g(x) = x^2 + 2 - 2\ln x.$$
 - a) Donner le domaine de définition de g. 0,25pt
 - b) Etudier les variations de g et en déduire que : pour tout x de D_g , $g(x) > 0$. 0,75pt
2. Soit la fonction numérique f de la variable réelle x définie par : $f(x) = x + 1 + \frac{2\ln x}{x}$
 - a) Donner le domaine de définition de f. 0,5pt
 - b) Etudier les variations de f (dérivée, sens de variation, limites aux bornes, tableau de variations). 2pts
3. On désigne par (C) la courbe de f dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) d'unité 2 cm.
 - a) Montrer que la droite (Δ) d'équation $y = x + 1$ est asymptote à la courbe (C). 0,5pt
 - b) Déterminer le point B de (C) où la tangente est parallèle à la droite (Δ) . 0,75pt
 - c) Déterminer le point d'intersection avec l'axe (O, \vec{j}) de la tangente (T) à la courbe (C) au point A d'abscisse 1. 0,75pt
 - d) Construire (T), B et (C). 1,75pt

4. a) Montrer que f est une bijection de \mathbb{R}_+^* sur \mathbb{R} . 0,5pt.
- b) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ a une solution unique α comprise entre $1/2$ et 1 . 0,5pt.
- c) Construire dans le même repère que (C) la courbe (C') représentative de la fonction f^{-1} réciproque de la fonction f . 1pt.
5. Calculer l'aire A en cm^2 , du domaine plan limité par la courbe (C) et les droites d'équations $y = x + 1$, $x = 1$ et $x = e$. 1pt.

WWW.ORNIFORMATION.COM