MINESEC	2^e sequence	Année scolaire 2017-2018
Lycee bil. Ndziih	Classe:Terminale C	Durée : 3H
Département de mathématiques	Facilitateur:M. Tchuegoué T. Lionel	Coef: 5

NB: *La qualité de la redaction sera prise en compte.*

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

EXERCICE 1(*5pts*)
I-Raisonnement par recurrence
Démontrer par recurrence que :
a) Pour tout $n \geq 5 \quad 2^n > n^2$. [0.75pt]
b) Pour tout n entier naturel non nul, $\sum_{p=0}^{n-1} p! \leq n!$ [0.75pt]

II- **(Utilisation du théorème de Gauss)**
1-Soit a, b et c trois entiers naturels.
a)Enoncé le théorème de Gauss [0.5pt]
b)En utilisant ce théorème, déterminer a et b tel que $\frac{a}{b}$ soit irréductible et $\frac{a+21}{b+15} = \frac{a}{b}$. [0.5pt]
c) On suppose que b et c sont premiers entre eux
en se servant du même théorème démontrer que si b et c divisent a alors bc divise a. [0.5pt]
2-Soit n un entier naturel tel que le reste de la division euclidienne de n par 8 est 5 et celui de n par 11 est 4. Déterminer le reste de la division euclidienne de n par 88. [0.5pt]

III-L'espace est muni du repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.
On considère les points $A(1, 0, -1)$; $B(2, 1, 0)$;$C(0, 1, -1)$ et $D(-1, 0, 4)$
1-a) Montrer que les points A, B et C définissent un plan. Donner son équation cartésienne. [1pt]
b) montrer que les points A, B , C et D sont non coplanaires [0.5pt]
c) Calculer le volume du tétraèdre $ABCD$. [0.5pt]

EXERCICE 2(*5.25pts*)

I- Soit $g_1 : x \mapsto x^3 - 3x + 1$.
a) Dresser le tableau de variation de g_1. [0.75pt]
b)Montrer que l'equation $g_1(x) = 0$ admet une unique solution α dans l'intervalle [-1;1]. [0.5pt]
c) Donner la valeur approché de α à 10^{-1} près. [0.5pt]
II-Soit la fonction k définie par:

$$\begin{cases} k(x) = 3 - 2x^2 & si\ x < 0 \\ k(x) = 2x + 3 + \sqrt{x} & si\ x \geq 0 \end{cases}$$

1)Préciser l'ensemble de définition de k. [0.5pt]
Calculer les limites aux bornes de son ensemble de définition. [0.5pt]
Etudier la branche infinie en $+\infty$. [0.25pt]
2) Etudier la continuité et la dérivabilité de k. [0.25pt+0.5pt]
Déduire que la courbe de k admet deux demi tangentes au point d'abscisses 0. [0.25pt]
3)Etudier les variations de k et tracer sa courbe. [0.75pt]
III- On considère la fonction f définie sur $[0; +\infty]$ par $f(x) = \sqrt{x}$.
1- Pour tout $x > 0$; montrer que, pour tout $t \in [x; x+1]$, on a: $\frac{1}{2\sqrt{x+1}} \leq f'(t) \leq \frac{1}{2\sqrt{x}}$. [0.5pt]
2-Déduire de l'inegalité des accroissements finis que, pour tout $x > 0$,
on a:$\frac{1}{2\sqrt{x+1}} \leq \sqrt{x+1} - \sqrt{x} \leq \frac{1}{2\sqrt{x}}$. [0.5pt]

EXERCICE 3
1- Ecrire sous forme exponentielle, les nombres complexes suivants:
a) $z_1 = 1 + e^{i\alpha}$ avec $\alpha \in [0, \pi]$, b)$z_2 = \frac{e^{i\alpha}+1}{e^{i\alpha}-1}$ avec $\alpha \in [0, \pi]$. [0.5pt$\times$ 2=1pt]
2) déterminer sans représenter le lieu géométrique des points M d'affixe$z$ du plan vérifiant:
a) $arg(3i - z) \equiv 0[2\pi]$, b) $\frac{z+i}{z-1}$ est un imaginaire pur non nul. [0.5pt+0.25=0.75pt]

Problème:(*8.25pts*)
Ce problème comporte 2 parties indépendantes

Partie A:(*6.25pts*)

On considère la fonction numérique f définie par: $f(x) = \frac{1}{2}x + \sin x$.

1)a)Montrer que f est impaire et que pour tout réel x, on a $f(x + 2\pi) = f(x) + \pi$. [0.5pt]

b) Soit M et M' deux points de la courbe (C) de f d'abscisses respectives x et $x + 2\pi$. Montrer que M' est image de M par une translation de vecteur $\overrightarrow{u}$ dont on déterminera. [0.5pt]

c)Justifier comment à partir de la courbe de f dans $[0; \pi]$, on peut avoir la courbe de f sur $\mathbb{R}$. [0.5pt]

d) Montrer que les points $S_k(2k\pi; k\pi)$, où k est un entier relatif, sont centres de symétries à la courbe (C). [0.5pt]

e) Montrer que ces centres de symétrie appartiennent à une droite dont on précisera une équation. [0.5pt]

2)a)Déterminer la dérivée f' de f et étudier son signe dans $[0; \pi]$. [0.25pt+0.25pt]

b) Dresser le tableau de variation de f sur $[0; \pi]$. [0.5pt]

3)a) Montrer que la courbe (C) de f est comprise entre les droites (D) et (D') d'équations respectives: $y = \frac{1}{2}x - 1$ et $y = \frac{1}{2}x + 1$. [0.5pt]

b) Determiner les points de rencontre de (C) avec les droites (D) et (D'). [1pt]

Justifier qu'en ces points, les droites (D) et (D') sont tangentes à $C)$ [0.5pt]

4) Tracer la restriction de la courbe de f dans $[0; \pi]$, ainsi que les droites (D) et (D') sur $\mathbb{R}$. [0.75pt]

Partie B:(*2pts*)

Soit $ABCDEFGH$ un cube tel que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$ est une base orthonormée direct de l'espace.

On désigne par I le milieu de $[EF]$ et J le centre du carré $ADHE$.

1- Vérifier que: $\overrightarrow{IG} \wedge \overrightarrow{IA} = \overrightarrow{BJ}$ et en déduire l'aire du triangle IGA. [1pt]

2-Calculer le volume du tétraèdre $ABIG$ et en déduire la distance du point B au plan (IGA). [1pt]

Bon courage!