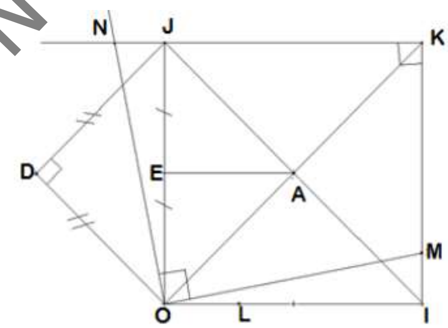
COLLEGE PASCAL TOHOUA KAMGA BP : 4291 Douala					
EPREUVE	EVALUATION	COEFFICIENT	CLASSE	DUREE	A/S
MATHS	SEQUENCE 4	05	Tle C	03H	2018/2019

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

EXERCICE 1 : 6,25pts

L'unité de longueur est le centimètre. OIKJ est un carré de sens direct de centre A et de coté 2cm. On note L le point du segment [OI] tel que le triangle OLA ait pour aire $\frac{1}{4}$ cm^2. Soit M un point de la droite (IK), N le point d'intersection de (JK) et de la perpendiculaire à la droite (OM) passant par O. On note B le milieu de [MN], D le point tel que le triangle OJD est rectangle isocèle direct et E le milieu de [OJ]. On pose $\{P\}$ = (OM) ∩ (IA) et $\{Q\}$ = (AE) ∩ (OB).

1. **Soit r la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$.**
   a) **Déterminer r(I) puis r[(IK)]. 0,5pt**
   b) **Déterminer r[(OM)] en déduire r(M). 0,5pt**
   c) **Donner la nature exacte du triangle OMN. 0,25pt**



2. **Soit s la similitude de centre O telle que s(I) = A.**
   a) **Déterminer le rapport et l'angle de s. 0,5pt**
   b) **Déterminer s(M) et s(K). 0,5pt**
   c) **Montrer que les points A,B et J sont alignés. 0,25pt**
   d) **Déterminer le lieu géométrique des points B Lorsque M décrit le segment [IK]. 0,5pt**
3. **Montrer que s(A) = E et déterminer s(P). 0,5pt**
4. **On pose L'= s(L), déterminer l'aire du triangle OEL'.0,25pt**
5. **On note s' la similitude de centre J de rapport $\sqrt{2}$ et d'angle - $\frac{\pi}{4}$**
   a) **Donner la nature de sos'. Justifier votre réponse. 0,5pt**
   b) **Déterminer sos'(J) et en déduire que JKAD est un parallélogramme. 0,75pt**
6. **a) Déterminer s^{-1}(A). 0,25pt**

on munit le plan (OIJ) d'un repère orthonormé (A, $\vec{i};\vec{j}$) où $\vec{i} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OI}$ et $\vec{j} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OJ}$. On admet que le point O a pour affixe – 1 – i

   b) Donner l'écriture complexe de s. 0,5pt

   c) En déduire l'ensemble (Γ) des points M tels que $\left|\frac{1}{2}(1+i)z-1\right| = \sqrt{2}$. 0,5pt

EXERCICE 2 : 3,25pts

1) **soit N un entier relatif, on considère le système suivant :(S) :$\begin{cases} N \equiv 5[13] \\ N \equiv 1\,[17] \end{cases}$**
   a) **Résoudre dans N× N l'équation suivante : 17x -13y = 4. 1pt**
   b) **En déduire les solutions du système (S) 0,25pt**
2) **Déterminer tous les couples (a;b) de N^2 qui vérifie la relation : 8PPCM(a;b) = 105PGCD(a;b) + 30**
3) **Le sol d'une pièce rectangulaire a pour dimension 2490cm de long et 210cm de large. Un carreleur doit le recouvrir de dalles carrées, toutes identiques, de coté un nombre entier de centimètres.**
   a) **Sachant qu'il veut poser le moins de dalles possibles, quelle doit être la mesure du côté de chaque dalle . justifier votre réponse. 0,75pt**
   b) **Combien de dalles seront nécessaires au total. 0,25pt**

EXERCICE 3 **2,5pts**

Le plan est rapporté à un repère orthonormé (O,I,J). on considère l'équation différentielle :
(E) : y'' + 6y' +25y = 0.

1. **a. Déterminer la solution générale de (E).** **0,5pt**

   b. Déterminer la solution de (E) dont la courbe représentative passe par le point de coordonnées (0;1) et la tangente à ce point a pour coefficient directeur -3. **0,5pt**

2. soit h la fonction de la variation réelle x définie sur [-$\frac{\pi}{8}$; $\frac{\pi}{8}$] tel que : h(x) = e^{-3x}cos4x et (C_h) sa courbe représentative.

a) Écrire une équation cartésienne de la tangente à la courbe (C_h) au point d'abscisse 0. **0,5pt**

b) Donner le signe de h sur son ensemble de définition. **0,25pt**

3. Soit (Δ) le domaine du plan délimité par la courbe (C_h), l'axe des abscisses et les droites d'équation : x = 0 et x = -$\frac{\pi}{8}$. Calculer l'aire de (Δ). **0,75pt**

EXERCICE 4 : **4,5pts**

Une urne contient quatre boules noires et deux boules blanches.

Soit n un entier naturel supérieur ou égal à 2. On répète n fois l'épreuve qui consiste à tirer une boule puis la remettre dans l'urne; on suppose que toutes les boules ont la même probabilité d'être tirées et que les tirages sont indépendants.

On note p_n , la probabilité de tirer exactement une boule blanche lors des n – 1 premiers tirages et une boule blanche lors du n-ième tirage.

1. **Calculer les probabilité p_2, p_3 et p_4.** **1,5pt**
2. **On considère les événements suivants : B_n : « on tire une boule blanche lors du n-ième tirage ». U_n : « on tire une boule blanche et une seule lors de n – 1 premiers tirages ».**
   a. **Calculer la probabilité de l'événement B_n.** **0,5pt**
   b. **Exprimer la probabilité de l'événement U_n en fonction de n.** **0,5pt**
   c. **En déduire l'expression de p_n en fonction de n et vérifier l'égalité $p_n=\frac{n-1}{4}(\frac{2}{3})^n$. 1pt**
3. **On pose : S_n = p_1 + p_2 + ……..+ p_n.**
   a. **Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 2, on a : $S_n = 1 - (\frac{n}{2} + 1) \times \left(\frac{2}{3}\right)^n$.** **1pt**
   b. **Déterminer la limite de la suite (S_n).** **0,25pt**

EXERCICE 5 : 3,5pts

Soit f la fonction définie sur l'intervalle [-1;+∞[par f(x) = $e^{\frac{x}{2}}\sqrt{x+1}$; on désigne par (C) sa courbe représentative dans un plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J)

1) **Étudier la dérivabilité de f à la droite en -1 et interpréter graphiquement le résultat. 0,5pt**
2) **Justifier que f est dérivable sur]-1; +∞[et calculer f'(x).** **0,5pt**
3) **Dresser le tableau de variations de f puis tracer la courbe (C).** **1,25pt**
4) **Soit λ un réel supérieur ou égale à -1 et S(λ) le solide engendré par la rotation autour de l'axe des abscisses, de la partie du plan délimitée par la courbe (C), l'axe des abscisses et la droite d'équation x = λ.**
   a) **Calculer à l'aide d'une intégration par parties, le volume V(λ) de ce solide. 0,75pt**
   b) **Calculer $\lim_{\lambda \to \infty} V(\lambda)$.** **0,5pt**

« Faites bien l'école et l'école vous fera du bien » Emmanuel 1er